

Titre: Synchronisation et positionnement simultanés d'un réseau ultra-large bande et applications en robotique mobile
Title:

Auteur: Justin Cano
Author:

Date: 2019

Type: Mémoire ou thèse / Dissertation or Thesis

Référence: Cano, J. (2019). Synchronisation et positionnement simultanés d'un réseau ultra-large bande et applications en robotique mobile [Master's thesis, Polytechnique Montréal]. PolyPublie. <https://publications.polymtl.ca/3818/>
Citation:

 **Document en libre accès dans PolyPublie**
Open Access document in PolyPublie

URL de PolyPublie: <https://publications.polymtl.ca/3818/>
PolyPublie URL:

Directeurs de recherche: Jérôme Le Ny
Advisors:

Programme: génie électrique
Program:

POLYTECHNIQUE MONTRÉAL

affiliée à l'Université de Montréal

**Synchronisation et positionnement simultanés d'un réseau ultra-large bande et
applications en robotique mobile**

JUSTIN CANO

Département de génie électrique

Mémoire présenté en vue de l'obtention du diplôme de *Maîtrise ès sciences appliquées*

Génie électrique

Février 2019

POLYTECHNIQUE MONTRÉAL

affiliée à l'Université de Montréal

Ce mémoire intitulé :

Synchronisation et positionnement simultanés d'un réseau ultra-large bande et applications en robotique mobile

présenté par **Justin CANO**

en vue de l'obtention du diplôme de *Maîtrise ès sciences appliquées*
a été dûment acceptée par le jury d'examen constitué de :

David SAUSSIÉ, président

Jérôme LE NY, membre et directeur de recherche

Chahé NERGUIZIAN, membre

DÉDICACE

*À Antonio Cano(1925-2012) et Juana Cano(1926-2016).
Leur courage, leur ténacité et leur générosité furent un guide constant dans mon parcours.*

REMERCIEMENTS

Mes remerciements vont tout d’abord à mon directeur, Jérôme Le Ny, qui a su me guider et ainsi me faire progresser le long de ces deux ans. Je le remercie pour l’ensemble de ses conseils, remarques, attentions et surtout pour sa patience dans la relecture de mes écrits.

Je remercie Saad Chidami, pour son écoute, adjuvante à ma tâche, pour ses conseils, sémaphores de mon projet et pour son implication, qui ne souffrit d’aucune interruption.

Mes remerciements vont ensuite plus loin, outre-atlantique, à François Defaÿ et Gaël Pagès, chercheurs à l’ISAE-Supaéro pour leurs précieux conseils lors du stage qui est venu clôturer ces deux ans de cheminement opiniâtre et qui augure le début d’une autre collaboration. Je remercie également David Saussié pour avoir rendu ce stage possible ainsi que pour me faire l’honneur de présider le jury devant lequel le présent mémoire sera soutenu.

Je remercie chaleureusement Chahé Nerguizian, pour avoir accepté d’être membre de mon jury. Je remercie également Roland Malhamé, pour m’avoir aidé à mieux comprendre les secrets des estimateurs de Kalman.

Je salue ici naturellement «mon équipe logistique», qui m’assiste depuis mes débuts il y a bientôt un quart de siècle, ma mère Élisabeth, mon père José, ma «grammaire» & correctrice Marie-Thérèse et mon grand-père César. Merci pour votre soutien, vos encouragements constants et votre implication toujours au rendez-vous.

Mes salutations vont ensuite aux Centraliens qui m’ont aidé de près ou de loin dans mon envie de continuer dans la recherche et m’ont donné le goût de m’impliquer, Alexandre, Alexis, Almeric, Annabelle, Armand, Constanza, David, Gabriel, Farid, Mathilde, Morgane, Paul, Sylvain, Wissam, Yann ; ainsi que mes équipes d’E-Gab, du Fablab, et de l’Agence pour l’Innovation qui ont su m’endurer. Mes pensées vont également à Aurélie, Axel, Brandon, Gérémy, Jérémy, Maxime et Manuel, pour leur soutien et leurs efforts en termes de décryptage, les intéressés comprendront...

Plus localement, je remercie l’ensemble de mes amis polytechniciens pour les moments passés ici, Anne, Audrey, Charles, Clément, Émilie, Étienne, Fabien, Julien, Justine, Narimane, Paul, Raymond, Yujia et ceux de l’équipe du Polyscope auquel j’ai contribué. Je remercie également mes cousins Annie, Maryse et Louis, pour leur soutien et leur gentillesse.

Je n’oublie pas non plus pas les collègues du laboratoire : Aitor, Catherine, Douglas, Jérémie, Juliette, Mathieu², Olivier, Philippe, Quang, Semah, Yen, et bien sûr Tien, pour leur soutien et leur patience durant ces deux années.

Enfin, comment ne pas remercier la VLC au grand complet, à savoir, Arnaud, Elliot et Quentin, pour sa forte contribution.

RÉSUMÉ

Il est essentiel pour les robots mobiles de pouvoir se localiser précisément dans leur environnement. Pour créer des estimateurs de position précis, il est nécessaire de disposer de mesures externes au robot, l'exemple le plus populaire étant les mesures GPS. Pour des applications en intérieur, nous ne pouvons raisonnablement pas utiliser des mesures satellitaires, pour des raisons de précision et de réception du signal. Dans ce mémoire, nous nous intéressons à la technologie radio UWB (*Ultra Wide Band*, c'est-à-dire Ultra-Large Bande), permettant de mesurer des distances entre agents dans un espace rapproché avec une précision de l'ordre de la dizaine de centimètres.

Les techniques de localisation TOF utilisent le temps de vol (*Time Of Flight*) des ondes afin de mesurer les distances, en supposant que leur vitesse, uniforme, est celle de la lumière dans le vide. La mesure de distance est donc obtenue en multipliant le TOF par cette dernière. Pour cette raison, il est nécessaire d'obtenir une mesure de TOF avec une haute précision, typiquement de l'ordre de la nanoseconde. Cette contrainte est à respecter pour créer des estimateurs de position précis, afin d'estimer de manière adéquate le phénomène de dérive des horloges des divers agents du réseau.

Des techniques, dites de *Two Way Ranging* (TWR), font une compensation par soustraction de cette dérive, faisant émettre des messages aux agents présents sur les robots, appelés les «tags» et des balises à position fixes connues appelées «ancres». En vertu de cette compensation, ces techniques ne nécessitent pas la mise en œuvre d'algorithmes de synchronisation pour les tags. Toutefois, elles ne permettent la localisation que d'un nombre restreint de robots, en raison du fait que les tags émettent de l'information.

Motivés par les applications de systèmes multi-robots, nous élaborons dans ce mémoire un protocole où les tags ne seront que récepteurs afin de pouvoir en localiser un plus grand nombre. Ceci nécessite une synchronisation précise des horloges du réseau d'ancres. Notre principale contribution est d'intégrer simultanément la synchronisation des ancres et l'estimation de position des tags dans un protocole basé sur des estimateurs de Kalman.

Nous évaluons expérimentalement la performance de notre protocole dans des implémentations de ce dernier qui utilisent des microcontrôleurs, capteurs, robots et logiciels populaires en robotique. Nous abordons aussi des développements dans le rejet de valeurs erratiques sur les mesures pourvues par les agents UWB. Notre protocole est également intégré dans des estimateurs utilisant des techniques de fusion de données de capteurs.

ABSTRACT

Mobile robots require accurate real-time location estimates to operate. These estimates use external measurements, obtained for example from Global Navigation Satellite Systems (GNSS), to correct integration errors from proprioceptive sensors. This master’s thesis focuses on short-range Ultra-Wide Band (UWB) radios as a source of external range measurements, which can be used to provide centimeter-level positioning accuracy in indoor environments, where GNSS signals are generally unavailable.

UWB-aided positioning systems most commonly rely on pseudorange measurements obtained by multiplying the speed of light by the Time-of-Flight (ToF) of messages transmitted between UWB nodes with known positions, called anchors, and UWB nodes to localize, called tags. To achieve the localization accuracy desired for indoor applications, errors in ToF measurements need to remain below the nanosecond. The main challenge in achieving this level of accuracy comes from the fact that internal clocks at different nodes are not synchronized.

Simple two-way ranging protocols can provide ToF measurements without synchronizing the nodes, but require the tags to transmit messages to the limited number of anchors and as a result do not support more than a few tags. Hence, motivated by applications requiring the deployment of multi-robot systems, we focus on one-way ranging protocols with the tags operating as passive receivers, which however requires synchronized anchors. The main contribution of this thesis is to design a protocol based on Kalman filtering to simultaneously synchronize UWB nodes and obtain ToF measurements between active anchors and passive tags. The modeling and rejection of outliers in these measurements is discussed in details in order to improve the robustness and performance of the proposed algorithm. The pseudorange measurements are also fused with other sensor measurements to design UWB-aided integrated navigation systems.

Our algorithms are implemented on a custom embedded platform combining a commercial off-the-shelf micro-controller and UWB radio with inertial sensors, and interfaced with a standard software framework for robotics. We characterize the localization performance achievable in practice through several indoor experiments with ground robots.

TABLE DES MATIÈRES

| | |
|--|------|
| DÉDICACE | iii |
| REMERCIEMENTS | iv |
| RÉSUMÉ | vi |
| ABSTRACT | vii |
| TABLE DES MATIÈRES | viii |
| LISTE DES TABLEAUX | xii |
| LISTE DES FIGURES | xiii |
| LISTE DES SIGLES ET ABRÉVIATIONS | xv |
| LISTE DES ANNEXES | xvi |
| CHAPITRE 1 INTRODUCTION | 1 |
| 1.1 Le problème de localisation de mobiles | 1 |
| 1.1.1 Définitions de base | 1 |
| 1.1.2 Un bref aperçu historique des technologies de navigation | 1 |
| 1.1.3 Le problème transposé aux systèmes robotiques mobiles | 2 |
| 1.2 Éléments de la problématique | 4 |
| 1.2.1 Mesures de distance à l'aide de systèmes UWB | 4 |
| 1.2.2 Synchronisation des ancres et localisation passive | 5 |
| 1.2.3 Construire un estimateur de position passif robuste | 6 |
| 1.3 Objectifs de recherche | 7 |
| CHAPITRE 2 REVUE DE LITTÉRATURE | 8 |
| 2.1 Techniques de localisation par UWB | 8 |
| 2.1.1 Techniques par estimation des temps de vol (TOF) | 8 |
| 2.1.2 Techniques par estimation de puissance | 15 |
| 2.1.3 Techniques par estimation angulaire | 15 |
| 2.2 Usage de mesures internes | 16 |
| 2.3 Synchronisation dans les réseaux de capteurs | 16 |

| | | |
|--|--|----|
| 2.3.1 | Modèles d'horloges | 16 |
| 2.3.2 | Protocoles de synchronisation par transmission radioélectrique | 17 |
| CHAPITRE 3 LE PROBLÈME DE SYNCHRONISATION | | 19 |
| 3.1 | Modèle de dérive temporelle | 19 |
| 3.1.1 | But des présents développements | 19 |
| 3.1.2 | Terminologie et notations choisies | 20 |
| 3.1.3 | Le phénomène de dérive d'horloge | 21 |
| 3.1.4 | Modèle de dérive d'horloge choisi | 24 |
| 3.2 | Protocole de synchronisation choisi | 27 |
| 3.2.1 | Principe d'obtention de la mesure de décalage temporel | 28 |
| 3.2.2 | Bruit pour la mesure de décalage temporel | 30 |
| 3.2.3 | Mesure du décalage fréquentiel | 32 |
| 3.2.4 | États des mesures | 33 |
| 3.3 | Synchronisation par filtrage de Kalman | 33 |
| 3.3.1 | Équations de filtrage | 34 |
| 3.3.2 | Loi de synchronisation | 35 |
| 3.4 | Quantification des paramètres du modèle | 35 |
| 3.4.1 | Acquisitions des mesures de l'intégrateur de porteuse | 36 |
| 3.4.2 | Régime transitoire | 37 |
| 3.5 | Simulation du procédé de synchronisation | 44 |
| 3.5.1 | Modélisation du phénomène de dérive | 44 |
| 3.5.2 | Exemple démonstratif | 45 |
| 3.6 | Implémentation du protocole de synchronisation | 48 |
| 3.6.1 | Évaluation de la qualité de la synchronisation | 48 |
| 3.6.2 | Matériel utilisé pour le test | 49 |
| 3.6.3 | Implémentation des estimateurs et résultats | 51 |
| CHAPITRE 4 PROTOCOLE DE LOCALISATION ET DE SYNCHRONISATION SI- MULTANÉE | | 54 |
| 4.1 | Caractérisation des sources d'erreurs pour les signaux UWB | 54 |
| 4.1.1 | Occultation | 54 |
| 4.1.2 | Réflexions multiples | 55 |
| 4.1.3 | Conséquences de la stratégie de réglage pour la synchronisation et er- reurs engendrées | 57 |
| 4.2 | Protocole de localisation et de synchronisation simultanée | 58 |
| 4.2.1 | Description du protocole | 58 |

| | | |
|------------|--|-----|
| 4.2.2 | Gestion des échanges au sein du réseau \mathcal{S} | 60 |
| 4.3 | Déploiement du réseau \mathcal{S} | 62 |
| 4.3.1 | Dilution de précision horizontale | 63 |
| 4.3.2 | Évitement des réflexions multiples | 66 |
| 4.3.3 | Calibration des modules, biais systématique | 67 |
| 4.4 | Mesures auxiliaires et rejet d'aberrations au sein du tag | 68 |
| 4.4.1 | Informations sur la qualité du signal | 68 |
| 4.4.2 | Dérive fréquentielle et rejet de valeurs aberrantes | 69 |
| 4.5 | Implémentations du protocole de localisation | 70 |
| 4.5.1 | Matériel utilisé pour l'implémentation | 70 |
| 4.5.2 | Tests en modèle cinématique générique | 73 |
| 4.5.3 | Modèle cinématique spécifique et algorithme de fusion | 82 |
| 4.5.4 | Algorithme de fusion | 85 |
| CHAPITRE 5 | CONCLUSION | 92 |
| 5.1 | Synthèse des travaux | 92 |
| 5.2 | Limitations de la solution proposée | 93 |
| 5.3 | Améliorations futures | 93 |
| RÉFÉRENCES | | 95 |
| ANNEXES | | 102 |
| A.1 | Notations mathématiques | 103 |
| A.1.1 | Vecteurs | 103 |
| A.1.2 | Matrices | 104 |
| A.1.3 | Dynamique des systèmes | 105 |
| A.1.4 | Dérivée temporelle | 105 |
| A.1.5 | Solution d'un système différentiel à coefficients constants | 105 |
| A.1.6 | Notations et définitions probabilistes | 106 |
| A.2 | Terminologie et notations physiques propres au mémoire | 108 |
| A.2.1 | Mesures et estimés | 108 |
| A.2.2 | Dates temporelles pour les communications UWB | 108 |
| B.1 | Mesures d' <i>offset</i> | 110 |
| B.1.1 | Encodage des références temporelles | 110 |
| B.1.2 | Problème de réinitialisation des valeurs dû à l'encodage | 110 |
| B.2 | Précaution pour rendre l'estimateur de Kalman robuste à la réinitialisation de la valeur de la mesure de décalage temporel | 112 |

| | | |
|-----|--|-----|
| B.3 | Durée des échanges UWB | 113 |
| C.1 | Matériel utilisé | 115 |
| C.2 | Implémentation et protocole expérimental | 116 |
| C.3 | Trajectoire circulaire | 117 |
| C.4 | Test à deux balises passives | 119 |

LISTE DES TABLEAUX

| | | |
|-----|---|-----|
| 3.1 | Résultats d'estimation de variance de bruit de mesure pour le <i>skew</i> . . | 40 |
| 3.2 | Résultats d'estimation de variance de bruit d'état pour le <i>skew</i> | 43 |
| 3.3 | Valeurs des écart-types usitées pour la simulation. | 45 |
| 4.1 | Contenu des messages du protocole de synchronisation et localisation simultanée. | 60 |
| 4.2 | Paramètres des modèles dynamiques identifiés pour les vitesses. . . . | 85 |
| C.1 | Paramètres pour la synchronisation du réseau S. | 116 |

LISTE DES FIGURES

| | | |
|------|---|----|
| 1.1 | Illustration du problème de localisation. | 1 |
| 2.1 | Exemple de protocole de TWR. | 10 |
| 2.2 | Illustration pour les méthodes passives. | 11 |
| 2.3 | Problème de trilatération. | 12 |
| 2.4 | Problème de localisation par différence de rayons pour le TDOA. . . . | 13 |
| 2.5 | Principe d’obtention de la mesure d’angle d’arrivée. | 15 |
| 2.6 | Mesure du décalage temporel par protocole PTP. | 18 |
| 3.1 | Illustration du dispositif maître-esclave. | 20 |
| 3.2 | Illustration du phénomène de drift. | 23 |
| 3.3 | Protocole de synchronisation choisi. | 28 |
| 3.4 | Illustration de la correction de drift pour une date t^S quelconque postérieure à T_k^S | 36 |
| 3.5 | Acquisition du décalage fréquentiel sur plusieurs heures. | 37 |
| 3.6 | Identification de quelques constantes de temps τ , avec intervalles de confiance à 95%. | 39 |
| 3.7 | Estimé $\hat{\gamma}_l$, filtrage et mesures. | 42 |
| 3.8 | Exemple de distribution obtenue (couple 11/12). | 43 |
| 3.9 | Bloc utilisé Simulink pour la simulation du phénomène de dérive. . . | 44 |
| 3.10 | Simulation et filtrage du décalage temporel. | 47 |
| 3.11 | Simulation et filtrage du décalage fréquentiel. | 47 |
| 3.12 | Erreurs estimés/ états simulés. | 48 |
| 3.13 | Vue d’une carte UWB conçue au MRASL de Polytechnique Montréal. . . | 49 |
| 3.14 | Architecture matérielle au sein de la carte. | 50 |
| 3.15 | Architecture logicielle du programme UWB. | 51 |
| 3.16 | États $\mathbf{d}(k)$ mesurés et estimés. | 52 |
| 3.17 | Visualisation de l’acquisition des pseudo-rayons et distribution empirique de ces derniers. | 52 |
| 4.1 | Illustration du phénomène d’occultation. | 55 |
| 4.2 | Illustration du phénomène de réflexions multiples. | 56 |
| 4.3 | Réflexions multiples mesurées en pratique. | 56 |
| 4.4 | Exemple de fonctionnement du protocole avec trois ancres. | 59 |
| 4.5 | Machine à états utilisée dans les ancres. | 61 |
| 4.6 | Exemple de délais entre deux messages écoutés provenant du maître. . | 62 |

| | | |
|------|--|-----|
| 4.7 | Exemples de HDOP pour différentes topologies du réseau \mathcal{S} | 66 |
| 4.8 | Architecture du dispositif d'acquisition de données. | 71 |
| 4.9 | Robot irobot sur lequel nos estimateurs ont été testés. | 72 |
| 4.10 | Une station de base (ancree) UWB et deux caméras du système Optitrack | 73 |
| 4.11 | Volière dans laquelle les tests se sont déroulés. | 74 |
| 4.12 | Ancres, trajectoire rectangulaire acquise par Optitrack et estimée. | 77 |
| 4.13 | Vitesses et erreurs de position. | 77 |
| 4.14 | Carte d'occupation du terrain par des obstacles. | 78 |
| 4.15 | Trajectoire dans l'environnement obstrué. | 79 |
| 4.16 | Résultats de l'estimation dans un environnement obstrué. | 79 |
| 4.17 | Puissances de réception moyenne reçue par le tag pour les messages provenant de A_i | 80 |
| 4.18 | Puissances de chemin direct reçues par le tag pour les messages prove- nant de A_i | 81 |
| 4.19 | Variance dépendant linéairement de la puissance reçue. | 81 |
| 4.20 | Trajectoire utilisée pour la validation de la pondération des variances de mesure. | 82 |
| 4.21 | Cinématique du robot différentiel (vue de dessus). | 83 |
| 4.22 | Illustration de l'identification des modèles dynamiques du robot sur un jeu de données. | 86 |
| 4.23 | Centre de masse et module UWB sur l' Irobot | 88 |
| 4.24 | Trajectoire empruntée et estimée. | 90 |
| 4.25 | Erreurs d'estimation en position. | 91 |
| B.1 | Illustration du problème de réinitialisation du registre des horloges. | 111 |
| B.2 | Application de $[A_\delta/2]$ aux valeurs mesurées. | 112 |
| B.3 | Histogramme expérimental illustrant la distribution mesurée de λ_1^S | 113 |
| C.1 | Robot Husky © et carte UWB utilisée. | 115 |
| C.2 | Le réseau \mathcal{S} et la zone de test. | 116 |
| C.3 | Résultats du test pour un tag. | 118 |
| C.4 | Trajectoires estimées et réelles pour les deux ancres. | 119 |
| C.5 | Résultats du test pour deux tags. | 120 |

LISTE DES SIGLES ET ABRÉVIATIONS

| | |
|---------|--|
| CIR | <i>Chanel Impulse Response</i> |
| DOP | Dilution De Précision, pour <i>Dilution Of Precision</i> |
| EKF | <i>Extended Kalman Filter</i> |
| GPS | <i>Global Positioning System</i> |
| LDE | <i>Leading-Edge Detection</i> |
| LORAN | <i>LOng RArange Navigation</i> |
| LOS | Ligne de vue directe, pour <i>Line of Sight</i> |
| MB-OFDM | Multiplexage Multibande à Fréquences Orthogonales, pour <i>Multi-Band Orthogonal Frequency Division Multiplexing</i> |
| NLOS | Ligne de vue indirecte, pour <i>Non Line Of Sight</i> |
| NTP | <i>Network Time Protocol</i> |
| OWR | <i>One Way Ranging</i> |
| PTP | <i>Precision Time Protocol</i> |
| ROS | <i>Robot Operative System</i> |
| RSS | <i>Received Strength Signal</i> |
| SHR | en-tête de synchronisation, pour <i>Synchronization HeadeR</i> |
| SSH | <i>Secure Shell</i> |
| TDOA | <i>Time Difference Of Arrival</i> |
| TOA | <i>Time Of Arrival</i> |
| TOF | Temps de Vol, pour <i>Time Of Flight</i> |
| TWR | <i>Two Way Ranging</i> |
| UWB | Ultra-Large Bande, pour <i>Ultra Wide Band</i> |

LISTE DES ANNEXES

| | | |
|----------|---|-----|
| Annexe A | Notations et notions générales employées | 103 |
| Annexe B | Considérations pratiques sur le processus de synchronisation | 110 |
| Annexe C | Implémentation d'un modèle générique sur un robot de type rover | 115 |

CHAPITRE 1 INTRODUCTION

Se localiser dans son espace de travail est une des conditions *sine qua non* pour un robot mobile afin qu'il effectue ses missions au mieux. Nous abordons ainsi dans ce chapitre du problème de localisation de mobiles à position inconnues dans des espaces de travail. Nous y étudions les types de mesures et les formulations aidant à résoudre un tel problème. Par la suite, nous nous intéressons aux mesures de distances à l'aide de dispositifs radioélectriques ainsi que leur intégration avec d'autres mesures.

1.1 Le problème de localisation de mobiles

1.1.1 Définitions de base

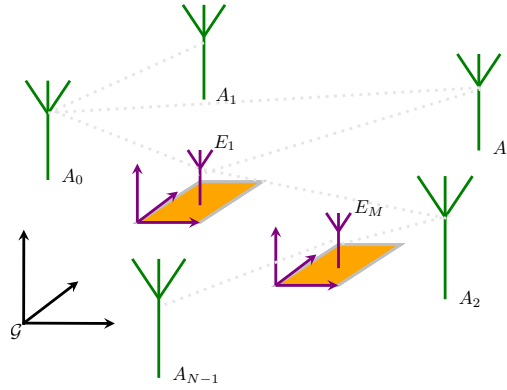


Figure 1.1 Illustration du problème de localisation.

Soit un espace euclidien géométrique, que nous qualifions de global et que nous noterons \mathcal{G} . On suppose qu'au sein de cet espace il existe N points A_i à positions $\mathbf{a}_i^{\mathcal{G}}$ connues, que nous appellerons «ancres». Au sein de cet espace, il existe M mobiles embarqués E_j à positions inconnues $\mathbf{p}_j^{\mathcal{G}}$, que nous appelons «tags». Nous illustrons ces notions à la figure 1.1. Déterminer ces M positions tridimensionnelles à l'aide de mesures $\tilde{\mu}(\mathbf{p}_j^{\mathcal{G}}|\mathbf{a}_i^{\mathcal{G}})$ est solutionner le problème de localisation. La façon de résoudre le problème est intrinsèquement liée à la nature des mesures, fonctions des positions des ancres et des tags.

1.1.2 Un bref aperçu historique des technologies de navigation

Se localiser dans l'espace à l'aide de points de référence est un problème à proprement parler séculaire. Pour citer un exemple, nous pouvons parler de la navigation céleste, connue depuis

le temps de l'Antiquité, estimant de nuit les caps des navires par simple observation des constellations. Avec l'avènement du modèle planétaire sphérique, il fut possible de développer des méthodes visant à estimer sa position sur le globe par mesure angulaire entre groupes d'astres, la méthode de *Sumner* (1807-1876) en fut une des plus populaires (Vanvaerenbergh et Ifland, 2003). Les méthodes existantes au XIX^e siècle, utilisaient pour la plupart des méthodes basées sur des mesures externes visuelles et angulaires. Notons que des mesures internes, telles que le cap magnétique ou encore la vitesse, pouvaient être adjointes aux calculs de position des navigateurs, sans toutefois pouvoir résoudre l'intégralité du problème.

Le début du XX^e siècle vit l'essor de la radioélectricité. Cette technologie portative fut principalement utilisée pour la diffusion d'informations mais elle se révéla très tôt utile également pour repérer des mobiles. La méthode d'estimation de cap de Smith-Rose (1929) est un exemple d'intégration de cette technologie à la navigation. Le développement des technologies radar à l'aube de la Seconde Guerre Mondiale fut catalysatrice des premières technologies complètes de localisation radioélectriques. Ainsi nous pouvons évoquer, d'après Brown (1999), des systèmes de localisation terrestres à balises GEE (1940) ainsi que le système *LOng RANGE Navigation* (LORAN) (Pierce et al., 1948). Ces systèmes se basent sur la mesure des temps de vol des ondes radio entre des ancres fixes formant un réseau et les tags embarqués dans des navires. En faisant des hypothèses sur un modèle de propagation des ondes, nous pouvons en effet déduire de ces temps de vol les distances entre les divers agents. Ces distances à des ancres connues permettent ensuite de trianguler la position du tag.

Depuis l'engouement spatial des années soixante, l'utilisation des mesures externes provenant de satellites est devenue essentielle en navigation des systèmes autonomes (Etzlinger et Wymeersch, 2018). La prépondérance de systèmes populaires aujourd'hui, comme l'américain *Global Positionning System* (GPS) ou encore l'européen Galileo peuvent en témoigner. Toutefois, en raison de son niveau de précision ou encore de la disponibilité des signaux, la technologie satellitaire ne convient pas à toutes les applications de localisation. Pour des applications en milieu obstrué ou requérant plus de précision, d'autres mesures externes sont souhaitables pour localiser des mobiles.

1.1.3 Le problème transposé aux systèmes robotiques mobiles

Les contraintes principales pour obtenir un système de positionnement satisfaisant en robotique mobile sont la portativité, le faible coût en calcul, la précision, le taux de rafraîchissement et le prix. En raison du caractère mobile du robot, on ajoutera également l'efficience énergétique : ce dernier est doté d'une autonomie limitée qu'il ne faut pas dégrader par l'usage d'un système énergivore. Conséquence directe, la complexité des calculs doit être moindre

car des ressources logiques à bas coût, énergétique comme financier, sont préférables pour ce type d'application. De plus, le taux de rafraîchissement des estimés $\hat{\mathbf{p}}_j^{\mathcal{G}}$ ne doit pas pâtir de calculs trop longs : la plupart des composants d'un système robotique utilisant les estimés de positions sont des systèmes de régulation, ayant besoin d'une fréquence d'échantillonnage suffisante pour pouvoir suivre la dynamique du robot (Moudgalya, Kannan M, 2007). Enfin, la précision requise pour ces applications est bien plus fine que celle des systèmes de navigation terrestre précédemment évoqués. Un robot peut être amené à effectuer des tâches précises comme par exemple manipuler un objet.

Nous faisons, dans ce paragraphe, une brève revue de quelques façons de procéder à la résolution du problème de localisation de robots mobiles à l'aide de mesures externes.

Techniques optiques de repérage

Une des réponses les plus populaires au problème de localisation dans \mathcal{G} est l'utilisation de matériel optique. On dénombre deux paradigmes principaux. Le premier implique l'usage d'un réseau de caméras à positions connues \mathbf{a}_i , pouvant reconnaître des marqueurs embarqués sur les robots, avec une forme connue au préalable. En connaissance des dimensions de ladite forme, des opérations de transformation (translation, rotation, facteur d'échelle) entre l'espace \mathcal{G} et la caméra, il est possible de connaître un estimé de la position (et de l'attitude) du robot. Chacune des caméras voyant le robot donnant de l'information sur sa localisation, il suffit de résoudre un problème d'optimisation de moindres-carrés (Marti, 2008) afin de résoudre le problème. La précision de ces dispositifs est conséquente : un demi-millimètre pour le système commercialisé par **Vicon** ©(Windolf et al., 2008) par exemple. Les systèmes optiques de ce type ne nécessitent que des balises passives sur les robots. Mais ces dispositifs ont besoin d'un serveur extérieur pour fonctionner, d'un grand nombre de caméras et sont caractérisés par un coût élevé.

Un autre concept est celui d'utiliser des caméras embarquées au sein du robot afin de le localiser dans \mathcal{G} . Ceci nécessite de connaître ou de construire une cartographie du terrain avec des points A_i caractéristiques à positions connues à détecter. Son principal défaut est la puissance de calcul requise : le robot doit traiter les images, extraire les points caractéristiques puis résoudre le problème. Ce type de techniques ne sera pas étudié dans notre travail.

Mesures externes hertziennes

Un grand nombre d'application en robotique s'effectuent dans un terrain couvert. Conséquence directe, les signaux satellitaires de positionnement, pouvant déjà être d'une précision

et d'un taux de rafraîchissement insatisfaisant, n'ont pas une puissance suffisante pour permettre de résoudre le problème de positionnement.

Une technique populaire de positionnement par mesures hertziennes en intérieur par *finger-printing* utilise les signaux Wi-Fi afin de localiser des robots mobiles (Biswas et Veloso, 2010). Ces techniques nécessitent un temps élevé de calcul, qui est un frein à leur implémentation au sein d'applications en temps réel ainsi que des mesures de calibration préalables qui doivent être refaites si l'environnement vient à changer. De plus, ces dernières nécessitent un nombre d'ancres conséquent afin que la précision de l'estimation soit satisfaisante.

Une technologie radioélectrique servant à la localisation en intérieur de plus en plus rependue aujourd'hui dans le domaine de la robotique mobile est l'Ultra-Large Bande (*Ultra-Wide Band*) (UWB), prisée pour la qualité de ses mesures nonobstant sa portée relativement restreinte. Notre travail de recherche est basé pour une grande partie sur l'étude et l'application de cette technologie, elle sera donc décrite ultérieurement dans l'ouvrage au chapitre 2.

1.2 Éléments de la problématique

1.2.1 Mesures de distance à l'aide de systèmes UWB

D'après Sahinoglu et al. (2008), un système de communication UWB est caractérisé par des signaux radioélectriques dont les fréquences f respectent une des conditions qui suivent, définissant B comme étant la bande passante à -10 dB sous la puissance maximale :

- La bande passante respecte $B \geq 500$ MHz ;
- La largeur fractionnelle définie par $\frac{B}{f_c} \geq 0.2$ avec f_c la fréquence centrale de la bande passante.

La puissance émise par les modules supportant l'UWB est restreinte pour des raisons normatives notamment : les canaux UWB ont des fréquences communes avec d'autres systèmes (IEEE, 2011). En foi de quoi, leur portée est relativement restreinte. Par exemple, pour le module **dw1000** de **Decawave** ©, que nous utiliserons dans l'implémentation de nos algorithmes, la portée maximum du module est de l'ordre de la centaine de mètres d'après (Decawave, 2017a). La grande largeur de spectre fréquentiel (Sahinoglu et al., 2008; Eitzlinger et Wy-meersch, 2018) rend également robuste ce type de signal aux phénomènes de réflexions sur des obstacles non-métalliques et procure une résolution temporelle fine.

C'est essentiellement cette dernière propriété des signaux UWB que nos estimateurs de position vont exploiter. Notre hypothèse fondamentale sera de considérer qu'en terrain découvert

les ondes UWB se meuvent à une vitesse constante qui est égale à la célérité de la lumière dans le vide à savoir $c \approx 2,99792458 \times 10^8$ m/s. On définit le temps de vol (*Time Of Flight*) (TOF) τ d'une onde comme le temps de propagation d'une onde d'un émetteur E à un récepteur A , on peut déduire la pseudo-distance d_A^E suivante pour tout temps de vol τ :

$$d_A^E = c\tau. \quad (1.1)$$

En raison de la multiplication par c dans (1.1) l'estimation de τ doit être suffisamment fine pour obtenir des distances d'une fiabilité adéquate. Remarquons qu'une (faible) erreur d'estimation $|\hat{\tau} - \tau| = 1$ ns équivaldrait environ à une erreur d'environ 30 cm en distance, ce qui pourrait être insuffisamment précis pour certaines applications en robotique mobile. Les méthodes discutées dans ce mémoire, en particulier au chapitre 2, se basent sur la détermination des temps de vol, ce qui nécessite une grande qualité dans les estimés de temps de vol pour obtenir des résultats viables.

Un tel dispositif de localisation sera donc gouverné par un réseau d'ancres A_i à position connues dans \mathcal{G} et les TOF à estimer sont ceux entre les ancres et les tags embarqués E_i , ou bien des combinaisons linéaires de ces TOF, suivant la méthode employée. Une fois les distances correctement estimées, il est possible de déterminer la position des mobiles en résolvant des problèmes de trilatération analytiques, à l'aide des moindres carrés ou encore par filtrage de Kalman (Sahinoglu et al., 2008), comme nous l'aborderons au chapitre 4.

En pratique, ces distances sont estimées par une répétition d'une série de K messages $M_{1 \leq k \leq K}$, appelée **transaction**, transmis par UWB, soigneusement choisis pour garantir une fiabilité adéquate, autant en précision temporelle que pour obtenir le moins d'erreurs de transmission possibles. Les messages contiennent des dates de transmission $T_{i,k}^u$ et de réception $R_{i,k}^u$ qui permettent les mesures de TOF. Ici, i désigne l'ancre impliquée, k l'indice du message dans la transaction et u la **base temporelle** dans laquelle il a été mesuré. Cette dernière notion souligne le fait que chacun des modules est supposé détenir sa propre horloge quantifiant le temps et qui n'est *a priori* pas synchrone avec les autres acteurs du réseau de stations UWB. Notons également que la technologie UWB n'est pas prévue pour des transactions simultanées : les messages doivent ainsi être émis dans le réseau de manière séquentielle.

1.2.2 Synchronisation des ancres et localisation passive

Comme expliqué à la section 1.1.3, il est essentiel d'obtenir une fréquence de rafraîchissement suffisamment élevée pour utiliser nos estimés de position en temps réel. Dans le cadre d'une

architecture multi-robots, il est clair que si les transactions impliquent des messages émis par les tags embarqués qui doivent être traités successivement par un petit nombre d’ancres, alors la fréquence de rafraîchissement du système dépendra du nombre d’agents à localiser.

Ainsi, réaliser un système à tags passifs, à l’instar du système GPS, est nécessaire afin d’éviter une congestion au sein du réseau. Le principal problème est de **synchroniser le réseau** d’ancres, actif, que nous appellerons $\mathcal{S} = \{A_1, \dots, A_N\}$ sur une même base temporelle. La nécessité de cette synchronisation vient du phénomène de **dérive des horloges**. Une horloge est un système physique composé d’un cristal, soumis à des fluctuations d’ordre thermodynamique qui incrémente un compteur (Frerking, 1978). Ainsi, il faut résoudre en temps réel le problème de synchronisation au sein de \mathcal{S} en vue d’estimer passivement le phénomène de dérive intrinsèque au tag embarqué E_j , chose possible si les mesures de temps de vol entre \mathcal{S} et E_j sont entachées d’un phénomène de dérive identique. Nous traitons d’une manière plus détaillée le problème de synchronisation au chapitre 3.

Dans le cadre d’un déploiement d’un dispositif de localisation complet et portatif, résoudre le problème de synchronisation en utilisant des messages UWB tout en minimisant leur nombre est primordial pour garder un rafraîchissement satisfaisant. Ainsi, le développement de protocoles de localisation des tags, incluant la synchronisation des ancres, est une piste adéquate pour ces desseins (Etzlinger et Wymeersch, 2018). Nous proposerons une telle méthode au chapitre 4.

1.2.3 Construire un estimateur de position passif robuste

La technologie UWB, malgré sa relative robustesse, ne fournit pas des mesures de TOF exemptes d’erreurs, que ce soit pour des raisons de propagation des ondes (ligne de vue indirecte (*Non Line Of Sight*) (NLOS), phénomènes de réflexion...) ou d’implémentation matérielle (incertitudes sur les mesures temporelles, quantification, puissance de calcul limitée...). Modéliser les erreurs possibles est essentiel pour garantir l’efficacité des estimateurs et procéder à leur paramétrage.

Dans les systèmes de navigation embarqués, contraints à des estimations à moindre coûts calculatoires, l’estimateur optimal gaussien dit de Kalman, est un des estimateurs les plus populaires et usités dans la littérature (Chiui et Chen, 1987; Groves, 2013), en raison de sa simplicité de mise en œuvre et de sa faible complexité de calcul. Il utilise une formulation récursive et dispose de ses extensions aux systèmes non-linéaires tels que le filtre de Kalman étendu. Un autre aspect intéressant de ces estimateurs est leur flexibilité, permettant d’intégrer des mesures à différentes fréquences, résultat exploitable pour la fusion de données inertielles, d’odométrie, de magnétométrie, souvent disponibles au sein des robots. Le réglage

ainsi que la conception d'estimateurs de Kalman sont discutés au sein du chapitre 3 pour les aspects de synchronisation et au chapitre 4 pour les aspects de localisation.

Une autre contrainte est la mise en œuvre des précédents points au sein de matériel standard, une implémentation transposable sur un large panel de robots étant souhaitable, dans une suite logicielle standardisée, avec un interfaçage de bas niveau transparent. À noter que les notations que nous employons dans notre travail sont décrites en annexe A.

1.3 Objectifs de recherche

La solution au problème de localisation que nous tentons d'apporter dans ce mémoire est étudiée pour une navigation en environnement intérieur. Nous nous privons ainsi de toute mesure externe à notre espace de travail comme par exemple les mesures satellitaires.

Notre contribution concerne la robotique terrestre, mais nous tâchons d'apporter, dans la mesure du possible, des résultats transposables à des applications aériennes. Nous élaborons ainsi un protocole synchronisant un réseau \mathcal{S} d'ancres au chapitre 3 en proposant un modèle de dérive d'horloge. Les messages des transactions de synchronisation sont ensuite réutilisés pour la localisation des ancres. Pour y parvenir, nous proposons une implémentation matérielle complète se basant sur estimateurs de Kalman synchronisant les ancres ainsi que des estimateurs de Kalman étendus (EKF) localisant les tags du réseau au chapitre 4. Nous proposons une méthode de réglage, de déploiement et vérification de la synchronisation du réseau \mathcal{S} . Notre implémentation se base sur des microcontrôleurs (STMicroelectronics ©) et des transmetteurs UWB (Decawave ©) standards. Ce matériel est intégré sur des robots préexistants, dans un *framework* populaire (ROS) et testé dans un environnement de test balisé, muni d'un système de positionnement optique de référence de précision pour évaluer la performance de notre système de localisation au chapitre 4.

CHAPITRE 2 REVUE DE LITTÉRATURE

Ce chapitre fournit au lecteur quelques éléments fondamentaux, en sus d’une revue des protocoles et techniques de localisation d’agents à l’aide de mesures UWB. Ensuite, nous y effectuons une revue de l’état de l’art en synchronisation d’horloges par échanges de messages radiodiffusés, condition *sine qua non* pour le développement de méthodes de localisation passives.

2.1 Techniques de localisation par UWB

Il s’agit ici de faire dans un premier lieu l’inventaire des techniques usitées en localisation de mobiles en intérieur utilisant la technologie UWB. Nous traitons en premier lieu les estimateurs de temps de propagation (TOF) que nous utilisons dans les travaux développés dans le présent mémoire. Cependant, nous abordons brièvement les techniques basées sur les données de puissance et angulaires ainsi que les architectures d’estimateurs à fusion de capteurs employant l’UWB.

2.1.1 Techniques par estimation des temps de vol (TOF)

Nous réappliquons ici les notations introduites précédemment dans le chapitre 1. Les techniques développées dans cette section se basent sur la haute résolution temporelle au sein des horloges des modules UWB.

Techniques actives, *Two Way Ranging*

Dans ce mémoire, nous désignons par protocoles actifs l’ensemble des protocoles se basant sur l’estimation des TOF autorisant tant les tags que les ancres à émettre. Dû à cette possibilité d’échange inter-agents, la littérature anglophone parlera de *Two Way Ranging* (TWR) (Etzlinger et Wymeersch, 2018; Neiryck et al., 2016; Mai et al., 2018).

Exemple 1. *Pour des raisons didactiques, nous allons exposer ici un des plus simples protocoles de TWR, explicité dans (Jiang et Leung, 2007; Tewes et al., 2017) afin de spécifier des termes. Ce dernier se base sur des transactions à trois messages, que nous qualifions de ranging puisque ces mesures sont des observations directes de la distance d_A^E séparant une ancre A d’un tag E . La principale hypothèse est que la différence de fréquences des horloges de A et de E augure des effets négligeables durant le temps de transaction. Une illustration du protocole est visible à la figure 2.1.*

1. Un message d'initiation de transmission est envoyé par A pour E . On peut exprimer la relation suivante pour ce premier message :

$$\underbrace{R_{1,E}^E}_{\text{mesurable}} = T_{1,E}^E + TOF = \underbrace{T_{1,E}^A}_{\text{mesurable}} + \delta_A^E + TOF, \quad (2.1)$$

où $R_{1,E}^E$ est la date de réception du premier message par le tag exprimée dans sa base temporelle, $T_{1,E}^E$ la date de transmission du même message dans sa base temporelle et $T_{1,E}^A$ la même date mais dans la base de l'horloge de l'ancre.

On introduit ici δ_A^E décalage d'horloge entre A et E à un instant donné. Grâce à notre hypothèse de décalage fréquentiel négligeable (i.e $\dot{\delta}_A^E \approx 0 \Rightarrow \delta_A^E \approx \text{cst}$) on le suppose constant durant un échange.

On remarquera aussi que les quantités $R_{1,E}^E$ et $T_{1,E}^A$ de la précédente équation (2.1) sont les seuls termes mesurables physiquement. Ces dernières permettront d'estimer le temps de vol de l'onde entre A et E .

2. Le deuxième message est un message de réponse de la part de l'ancre. La transaction mène à l'équation suivante :

$$\underbrace{R_{2,A}^A}_{\text{mesurable}} = T_{2,A}^A + TOF = \underbrace{T_{2,A}^E}_{\text{mesurable}} - \delta_A^E + TOF, \quad (2.2)$$

où $R_{1,E}^A$ est la date de réception du deuxième message par l'ancre exprimée dans sa base temporelle, $T_{2,E}^A$ la date de transmission du même message dans sa base temporelle et $T_{2,E}^E$ la même date mais dans la base de l'horloge du tag.

3. Le troisième message sert à transporter les deux dates de réception puis de transmission provenant de l'ancre A . Ceci vient du fait que nous ne pouvons pas mesurer un temps d'envoi et le transmettre dans le même message : on ne peut faire qu'une estimation de temps d'envoi en pratique en se basant sur une transmission planifiée et non une mesure (Neiryneck et al., 2016; Sahinoglu et al., 2008).

On peut donc introduire deux quantités à partir des équations 2.1 et 2.2, visibles sur la figure 2.1 :

$$T_r := R_{2,A}^A - T_{1,E}^A \text{ et } T_d = T_{2,A}^E - R_{1,E}^E.$$

Puis, nous pouvons en extraire la variable suivante :

$$\frac{T_r - T_d}{2} = TOF = c^{-1}d_A^E, \quad (2.3)$$

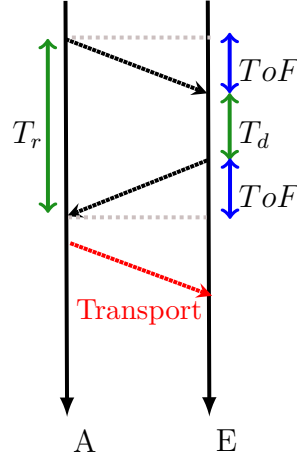


Figure 2.1 Exemple de protocole de TWR.

ce qui nous donne ainsi un estimateur de distance (ou rayon) d_A^E entre les deux balises.

D'autres méthodes utilisant plus de trois messages existent également, comme la méthode décrite à cinq messages dans le mémoire de notre prédécesseur Wassim Rafrafi (2016) ou encore (Sahinoglu et Gezici, 2006). Puisqu'il est possible d'effectuer des échanges dont les temps mesurés seront des combinaisons linéaires des temps de vol et des décalages des horloges, les travaux visent à effectuer des échanges rapides pour s'affranchir des problèmes de décalage fréquentiel (Kim, 2009). Des formules non-linéaires de déduction de temps de vol peuvent être également vues dans certaines publications, comme par exemple la méthode multiplicative proposée par Neiryck et al. (2016).

Limites et avantages des estimateurs TWR : Le principal avantage du TWR est sa relative facilité à être mis en œuvre. Il demeure donc le mode de fonctionnement des modules UWB le plus populaire. En effet, les mesures fournies sont supposément des observations directes des distances de parcours des ondes, en contraste avec les estimateurs passifs présentés ultérieurement dans cette section. Ceci vient du fait que nous nous affranchissons du problème de synchronisation des horloges en compensant le décalage temporel brut δ_A^E par soustraction des temps provenant des messages de mesure, par hypothèse.

Ce point précis peut être vu comme une limite des estimateurs TWR puisque le décalage fréquentiel $\gamma_A^E = \dot{\delta}_A^E$ n'est pas forcément estimé par le protocole. Cette approximation, visant à négliger son influence durant la transaction est une hypothèse forte : le décalage peut être en pratique de l'ordre de la dizaine de ppm¹ (Decawave, 2017a), et nous pouvons constater

1. Parties par millions, l'unité du décalage fréquentiel est adimensionnelle.

son influence à la lueur de l'exemple 2 ci-dessous.

La principale contrainte sous-jacente ici est la rapidité des échanges, dits de *ranging* (estimation du TOF), entre les deux stations qui se doit être assurée pour une précision tolérable. Des travaux d'optimisation de ce temps ont donc été entrepris (Kim, 2009).

Autre problématique, le fait même que les tags soient émetteurs engendre une dépendance entre le nombre de tags à localiser et la fréquence de rafraîchissement (Ledergerber et al., 2015). Pour le protocole de l'exemple 1, si l'on considère qu'une transaction coûte un temps τ s'il y a N ancres, on itérera sur $N\tau$ pour chaque tag. Si l'on cherche à localiser M tags, on aura un temps total de rafraîchissement minimal, incluant toutes les transactions entre les tags et les ancres, de τNM , dans un cas sans aucune erreur de transmission.

Méthodes passives, *One Way Ranging*

Nous désignons par méthodes passives l'ensemble des protocoles où les tags ne peuvent que recevoir les messages. Dans la littérature, nous parlons de *One Way Ranging* (OWR), ce qui réfère aux échanges entre tags et ancres à sens unique (Sahinoglu et al., 2008; Etlzinger et Wymeersch, 2018). Dans cette sous-section, nous considérons la synchronisation du réseau d'ancres \mathcal{S} comme accomplie pour les cas que nous fournissons.

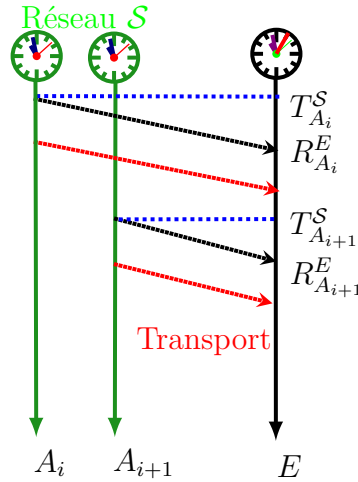


Figure 2.2 Illustration pour les méthodes passives.

Time Of Arrival : Le paradigme des méthodes dites de *Time Of Arrival* (TOA) est l'estimation des pseudo-rayons entre un ensemble d'ancres \mathcal{S} et un tag E . Ces derniers sont obtenus lors d'échanges impliquant seulement les ancres du réseau \mathcal{S} . Ces rayons sont formés de différence entre les temps d'émission de la part d'un ancre du réseau synchronisé \mathcal{S} et les

temps de réception des messages au sein du tag E comme suit (Sahinoglu et al., 2008; Li et Cao, 2014) :

$$\tilde{\rho}_{A_i}^E = c[\tilde{R}_{A_i}^E - \tilde{T}_{A_i}^S] = \|\mathbf{p} - \mathbf{a}_i\|_2 + c\delta_S^E + \nu_\rho. \quad (2.4)$$

Comme le montre la figure 2.2, ce type de protocoles nécessite des messages de transport contenant les dates d'émission des messages de localisation pour les raisons évoquées au paragraphe traitant des méthodes TWR. Nous remarquerons également un caractère stochastique à ces pseudo-rayons, entachés d'un bruit additif ν_ρ .

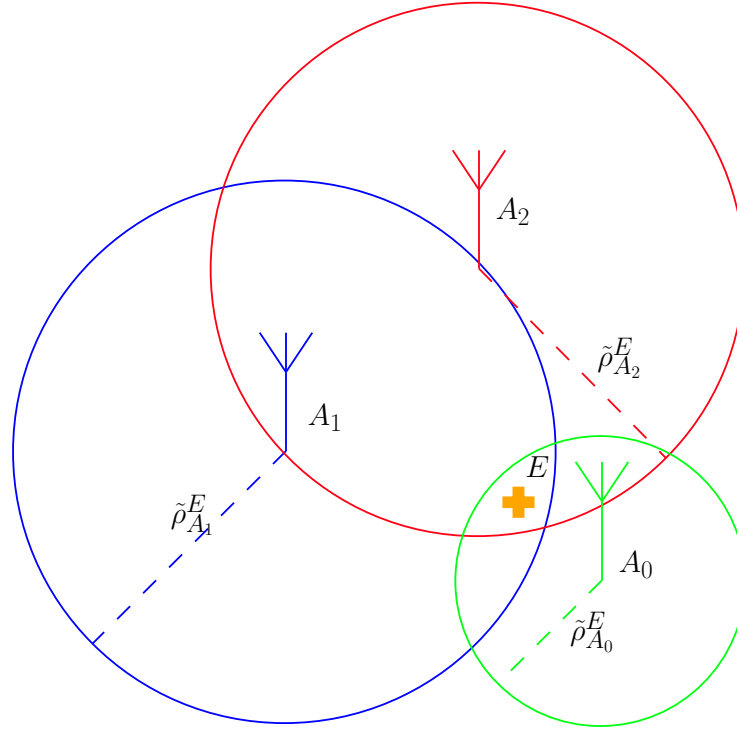


Figure 2.3 Problème de trilatération.

Time Difference of Arrival : Les méthodes de *Time Difference Of Arrival* (TDOA) consistent à construire des mesures différentes de celles générées par le protocole TOA à l'aide des pseudo-rayons disponibles. En lieu et place d'estimer un temps de vol, on effectue la différence de deux d'entre eux (Groves, 2013; Eitzlinger et Wymeersch, 2018). Cette méthode est populaire en robotique dans la localisation par ondes acoustiques (Angelis et al., 2017), mais peut plus généralement être utilisée dans des cas de figure où l'on ne peut mesurer que des différences de temps d'arrivée entre différentes balises dont on connaît la position, par exemple pour localiser l'épicentre d'un séisme (Jia et al., 2018).

Dans notre cas de figure, on peut construire $M \frac{N!}{2(N-2)!} = \frac{M(N-1)N}{2}$ mesures à partir du même

nombre de paires d'ancres (au nombre de N) entendues par M tags en procédant à des différences de la façon suivante pour $i \neq j$:

$$\tilde{\Delta}_{A_i, A_j}^E = \tilde{\rho}_{A_i}^E - \tilde{\rho}_{A_j}^E = \|\mathbf{p} - \mathbf{a}_i\|_2 - \|\mathbf{p} - \mathbf{a}_j\|_2 + c\delta_S^E(t_i) - c\delta_S^E(t_j) + \nu_{\Delta}^{i,j},$$

où $\delta_S^E(t_i)$ est le décalage temporel entre le réseau et le tag lors de la réception du message par l'ancre i , respectivement $\delta_S^E(t_j)$ pour l'ancre j .

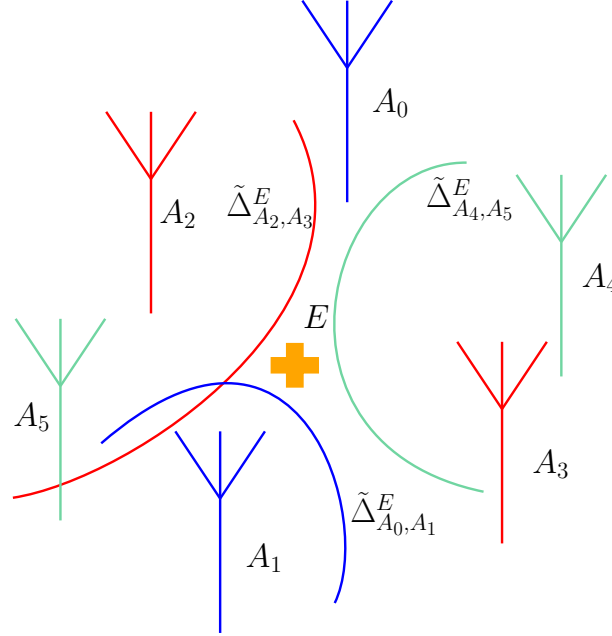


Figure 2.4 Problème de localisation par différence de rayons pour le TDOA.

Cette formulation rend possible une localisation si le réseau \mathcal{S} est synchrone. Comme nous pouvons l'observer à la figure 2.4 en lieu et place des cercles de la méthode TOA, les mesures de TDOA donnent des hyperboles sur lesquelles le robot est supposé se trouver au bruit de mesure près (Sahinoglu et al., 2008; Prorok, 2013). Cela vient du fait que la coordonnée (x, y) d'un point courant M appartenant à un plan \mathcal{P} solution d'une équation du type $d_{A_i}^M - d_{A_j}^M = \Delta \in \mathbb{R}$ décrit une hyperbole dans \mathcal{P} . Sur la figure 2.4, le point E serait en l'absence de bruits de mesure l'intersection des trois hyperboles visibles. Cette implémentation est connue sur drones (Ledergerber et al., 2015) ainsi que sur robots terrestres (Prorok et al., 2012) et tout particulièrement dans des architectures multi-robots (Song et al., 2007).

Avantages et limites des protocoles OWR : Les protocoles OWR ne nécessitent pas de réponse de la part des tags, donc seulement deux points de mesures de dates sont nécessaire à leur fonctionnement. Ceci contraste avec les techniques utilisant le TWR qui doivent au

moins détenir quatre points pour fonctionner à cause du caractère actif des tags : l'élaboration de protocoles OWR nécessite donc un nombre restreint de messages (Sahinoglu et al., 2008). L'avantage principal est l'indépendance entre la fréquence de rafraîchissement du réseau d'ancres et le nombre de tags à localiser, ce qui est une propriété éminemment intéressante pour des applications multi-robots (Etzlinger et Wymeersch, 2018).

Les principaux inconvénients résident en la mise en œuvre de la synchronisation des ancres entre elles et le fait que cette famille de protocole cumule les erreurs de synchronisation inter-ancres et de réception du tag (Prorok, 2013).

Notre étude portera sur ce type de protocoles, en particulier le TOA. Nous introduisons une solution mettant à profit des messages de synchronisation pour les réutiliser comme messages de localisation.

Techniques de résolution du problème de trilatération

Estimer la position avec des mesures de rayons (ou de pseudo-rayons) bruitées revient à résoudre un problème dit de trilatération (ou *ranging*) avec des rayons bruités mesurés comme indiqué en figure 2.3 ou encore des hyperboles bruitées visibles à la figure 2.4. Des formulations d'estimateurs de Kalman étendus (Chiui et Chen, 1987) sont populaires pour résoudre le problème de localisation et peuvent aisément intégrer des mesures auxiliaires (Sahinoglu et al., 2008; Hol et al., 2009). Cependant d'autres méthodes peuvent estimer la position d'un mobile avec des mesures de TOA telles que les méthodes de moindres-carrés ou encore de maximum de vraisemblance (Marti, 2008; Shen et al., 2008) voire de résolution analytique directe dans certains cas (Sahinoglu et al., 2008).

Synchronisation et localisation simultanée

Juxtaposer le problème de synchronisation et le problème de localisation en créant des protocoles conjoints est une idée récurrente dans la littérature pour fournir des temps de rafraîchissement plus courts (Etzlinger et Wymeersch, 2018). Des solutions employant une formulation des moindres carrés (Rajan et Veen, 2011) ou encore des estimateurs bayésiens à champ moyen (Etzlinger et al., 2013a) sont également développés pour résoudre les deux problèmes simultanément. Le principal inconvénient de cette dernière approche est sans doute la ressource en termes de calcul pour assurer la convergence du problème global.

2.1.2 Techniques par estimation de puissance

Les techniques dites à puissance de signaux reçus (*Received Strength Signal* (RSS)) sont des techniques se basant sur un modèle de puissance décroissante (Sahinoglu et al., 2008). En effet, la puissance des signaux radioélectriques étant proportionnelle à l'inverse du carré de la distance émetteur-récepteur, on peut en déduire cette dernière. Un des inconvénients de cette mesure est que la déviation standard d'une telle mesure croît avec la distance tag-ancre (Y. Qi, 2004). De plus la fiabilité d'un tel modèle, valide uniquement dans le vide et sans réflexion, appauvrit encore son intérêt. Ses performances sont moindres en comparaison avec les estimateurs TOF (Zhang et al., 2017), et ne sont donc pas indiquées dans un système utilisant des signaux UWB.

2.1.3 Techniques par estimation angulaire

Une première famille d'estimateurs basés sur des mesures angulaires est l'AOA pour *Angle Of Arrival*. Les transmetteurs UWB, pourvus de plusieurs antennes, peuvent déterminer la différence de phase d'arrivée des signaux $\delta\varphi$, appelée PDOA (*Phase Difference Of Arrival*) et ainsi déduire l'angle θ d'où provient le signal comme illustré à la figure 2.5 (Dotlic et al., 2017; NASA, 2010). Ces mesures permettent par la suite de résoudre un problème de traque angulaire en temps réel de mobile bien connu de la littérature (Bar-Shalom et al., 2004; Chiui et Chen, 1987).

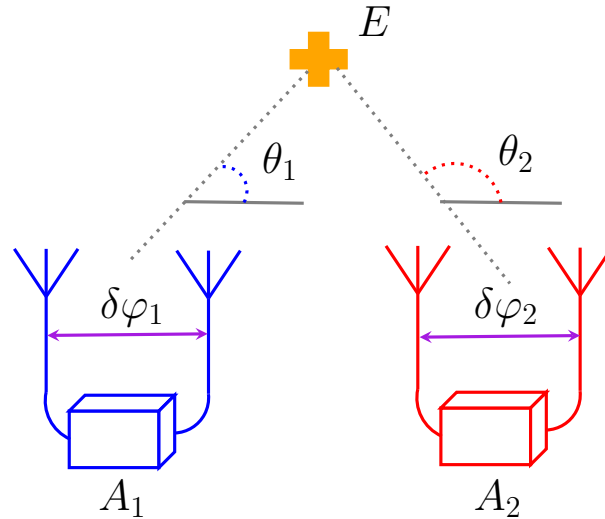


Figure 2.5 Principe d'obtention de la mesure d'angle d'arrivée.

2.2 Usage de mesures internes

Nous pouvons intégrer les mesures données par les modules UWB à l'aide d'un estimateur dit Filtre de Kalman Étendu (*Extended Kalman Filter*) (EKF), permettant la fusion de ces mesures externes avec des mesures internes au mobile sur lequel se trouve le tag (Groves, 2013). Nous entendons par mesures internes toutes les mesures provenant de systèmes susceptibles d'être embarqués sur le tag : encodeurs des roues (odométrie), gyroscope, magnétomètre, accéléromètre, capteur de flux optique...

Une partie des estimateurs utilise des implémentations à modèle inertiel générique (Ledergerber et D'Andrea, 2017; Akahori et al., 2017) ce qui est judicieux sur des drones, la position étant susceptible d'évoluer rapidement et de manière omnidirectionnelle. En revanche, pour un robot mobile, on peut utiliser des propriétés de non-holonomie (roulement sans glissement) afin de déduire un modèle dynamique spécifique au robot transportant le tag (Fierro et Lewis, 1997).

2.3 Synchronisation dans les réseaux de capteurs

Le processus de synchronisation vise à estimer au sein d'une horloge esclave S la différence δ du temps t^S qu'elle affiche par rapport à celui d'une horloge de référence M . Ainsi on a $\delta(t^S) := t^S - t^M$, cette quantité est appelée le décalage temporel. Nous recherchons une précision d'au moins la nanoseconde en termes d'ordre de grandeur afin de mener à bien notre localisation de robot en intérieur par la suite, conséquence de nos considérations à la section 1.2.2.

2.3.1 Modèles d'horloges

Une horloge numérique est schématiquement un compteur qui s'incrémente au gré des oscillations d'un cristal autour d'une fréquence nominale f_0 (Etzlinger et Wymeersch, 2018; Giorgi et Narduzzi, 2011). La nécessité de synchroniser est inhérente au phénomène de **dérive des horloges**. Ce dernier vient du fait que le cristal oscille à une fréquence $f(t) = f_0 + \delta f(t)$ et possède une phase $\phi(t)$ dépendante notamment des fluctuations thermodynamiques et de son vieillissement, susceptibles d'évoluer en fonction du temps (Frerking, 1978). Afin de parler de synchronisation d'un réseau d'agents munis d'horloges \mathcal{S} , nous nous devons de définir un temps universel, c'est ce qui sera fait en choisissant un des agents de \mathcal{S} comme «agent maître» en posant $t^M = t$ où t est le temps «universel» au sein du réseau (He et al., 2014; Mills, 1991). En connaissance de cette référence nous pouvons par la suite modéliser un phénomène de dérive dans l'espace d'état (Lee et al., 2010; Rajan et Veen, 2011).

Le modèle le plus simple est indubitablement le modèle à décalage seul, scalaire stipulant que pour un agent «esclave» $S \in \mathcal{S}, S \neq M$ on a un décalage temporel δ_k tel que $t^S := t + \delta_k$ valide sur une (brève) période de temps t_k (Etzlinger et Wymeersch, 2018). Ce simple modèle ne peut que difficilement remplir les exigences de synchronisation du matériel utilisé dans une application de localisation (Etzlinger et al., 2013b) : on peut le constater dans le cas de l'application numérique proposée à l'exemple 2.

Le modèle affine comporte non seulement l'écart en phase, ou décalage temporel δ (*offset*) mais également le décalage fréquentiel (*skew*) γ . Il s'agit d'un modèle d'ordre un répondant à l'équation suivante $t^S = t + \delta$ où $\dot{\delta} = \gamma$, soit $t^S = (1 + \gamma)t + \delta_0$ (Giorgi et Narduzzi, 2011; Zachariah et al., 2017; He et al., 2014). Ce modèle est largement usité dans la littérature et fournit des résultats pouvant être exploités pour des finalités de localisation en robotique mobile utilisant la technologie UWB (Etzlinger et Wymeersch, 2018; McElroy et al., 2014).

Exemple 2. *Supposons qu'une horloge d'un agent S ait $\gamma = 10$ ppm de décalage en fréquence constant avec celle du maître M . Ce cas de figure est typique avec notre matériel (McElroy et al., 2014; Decawave, 2017a). Si une «mesure parfaite» de décalage temporel $\tilde{\delta}_k = \delta_k = t^S(T_k) - t^M(T_k)$ a lieu au temps T_k on a au bout d'une milliseconde une erreur de synchronisation, résidu de la dérive des horloges, comme suit :*

$$\epsilon_{\tilde{\delta}}(T_k + 1 \text{ ms}) = t^S(T_k + 1 \text{ ms}) - \tilde{\delta}_k - t^M(T_k) = \gamma 1 \text{ ms} = 10^{-5} \times 10^{-3} = 10 \text{ ns}.$$

Cette erreur aurait une répercussion d'environ 3 m pour l'estimation des distances entre tags et ancres, voir (1.1).

Des modèles plus raffinés, incluant une loi multiplicative pour γ sont notamment développés (Hamilton et al., 2008). Des modèles d'ordres deux incluant le facteur d'âge $\alpha = \dot{\gamma}$ (Liu et al., 2012) ont également été utilisés dans le but de gagner en précision lorsque les mesures sont espacées dans le temps.

2.3.2 Protocoles de synchronisation par transmission radioélectrique

Afin de synchroniser des réseaux multi-agents, des protocoles bien connus dans le domaine de l'Internet des objets tels que le *Network Time Protocol* (NTP) ont été développés ces dernières années (Burbank et al., 2010) afin de faire régner un temps universel dans un réseau. Toutefois, notre objectif requérant une forte précision (en-dessous de la nanoseconde) afin d'estimer *in fine* la position des tags, nous nous intéresserons à des protocoles dérivés du *Precision Time Protocol* (PTP) (IEEE, 2008). Ce protocole synchronise une horloge d'un agent esclave S sur celle d'un agent de référence M . Il nécessite un échange d'au moins trois

messages pour permettre une estimation du décalage temporel δ : les deux premiers servent pour la mesure et le dernier pour la diffusion d'informations mesurées dans M à l'agent S . On peut voir une illustration du procédé à la figure 2.6, illustrant la méthode proposée dans (Giorgi et Narduzzi, 2011) ou encore par (McElroy et al., 2014).

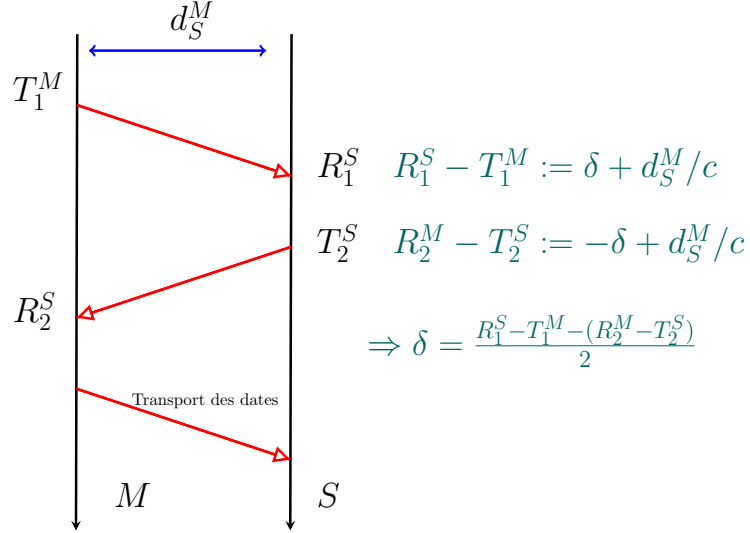


Figure 2.6 Mesure du décalage temporel par protocole PTP.

Une fois la mesure de décalage temporel obtenue, diverses techniques peuvent être envisagées pour synchroniser les horloges en temps réel. Synchroniser revient à ôter le décalage temporel estimé $\hat{\delta}$ afin de faire tendre le temps corrigé $\hat{t}^M = t^S - \hat{\delta}$ vers t^M . Pour ce faire, on peut effectuer de simples interpolations directes (McElroy et al., 2014) tout comme des heuristiques de bouclage (Abubdrieakari et Sastry, 2008; Chen et al., 2010). Ces dernières utilisent $\tilde{\delta}$ comme erreur à annuler et des contrôleurs classiques (Dorf et Bishop, 2011) Proportionnel-Intégral (PI) ou Proportionnel-Integral-Dérivé (PID) sont conçus pour cet objectif. Il est également possible d'effectuer un filtrage de Kalman pour estimer les états de la dérive de l'horloge esclave (Giorgi et Narduzzi, 2011). L'article de McElroy et al. (2014) synthétise un état de l'art appliqué aux modules **dw1000** (Decawave, 2017a) qui sont utilisés en pratique dans notre implémentation.

CHAPITRE 3 LE PROBLÈME DE SYNCHRONISATION

« Le moment le plus important c’est le présent car si on ne s’occupe pas de son présent on manque son futur. »

– Bernard Werber (1961-...)

Ce chapitre contient l’étude du phénomène de dérive d’horloge ainsi que la résolution du problème de synchronisation d’un réseau de modules UWB. En premier lieu, nous voyons comment modéliser le phénomène de dérive d’horloge puis comment le corriger. Ensuite nous proposons une méthode de quantification des paramètres du phénomène pour mener une simulation du système. Par la suite, nous validons notre méthode sur un système physique en employant une métrique qui est fonction de la qualité de notre synchronisation.

3.1 Modèle de dérive temporelle

3.1.1 But des présents développements

Comme énoncé au chapitre 1, dans un problème d’estimation d’un temps de temps de propagation (TOF), le fait de maîtriser le phénomène de dérive d’horloge entre le récepteur et l’émetteur est critique. Les méthodes actives (TWR) présentées au chapitre 2 s’affranchissent de ce problème en le compensant, sous des hypothèses d’uniformité de décalage temporel le long de la transaction. En sus de cette forte hypothèse, le caractère actif des tags est néfaste pour des applications qui en impliquent plusieurs (multi-robots/drones). Notre étude se focalisera donc sur des méthodes OWR, que nous qualifierons de **passives**.

Le caractère passif doit s’accompagner nécessairement (Etzlinger et Wymeersch, 2018) d’une résolution du **problème de synchronisation** et ceci avec une précision conséquente d’au moins la nanoseconde, conséquence de l’équation (1.1). En d’autres termes notre système embarqué n’émet rien et doit se localiser à partir de la seule écoute de messages émis par UWB. Afin d’estimer sa propre dérive d’horloge, la **base temporelle** des messages émis se doit d’être **la même** dans tout le réseau \mathcal{S} rassemblant les N ancres A_i .

Le problème de **synchronisation** est donc à résoudre : il faut estimer le **décalage temporel** entre les horloges en tout temps afin de permettre une localisation des tags précise par la suite. Pour ceci nous avons besoin de définir des conventions strictes. Quantifier des mesures temporelles qui sont elles-mêmes fonction du temps requiert un formalisme rigoureux. Nous

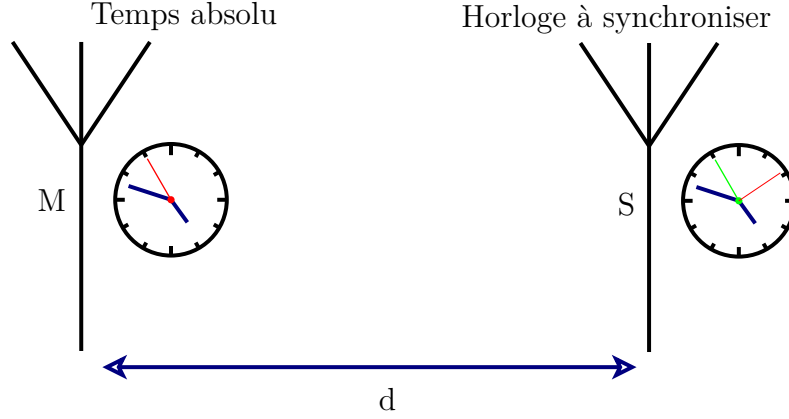


Figure 3.1 Illustration du dispositif maître-esclave.

nous devons par la suite de **modéliser** notre horloge assez précisément pour enfin **estimer** les effets de la **dérive des horloges** pour chaque agent du réseau d'ancres.

Dans ce chapitre, nous définissons tout d'abord un problème élémentaire de synchronisation à **deux agents**. Considérons un système \mathcal{S} à deux entités : deux cartes électroniques pourvues de récepteur/émetteur UWB et de calculateurs que nous appellerons M et S . M est la **station maître** et S la **station esclave**. Ces deux dernières occupent les positions $\mathbf{p}(M)$ et $\mathbf{p}(S)$. On définit le temps absolu par le temps de l'horloge de M . Nous confondrons ce temps avec celui régnant dans \mathcal{S} . On supposera par ailleurs que S et M sont distantes de $d = d_S^M$. Nous aurons ainsi :

$$t := t^M \text{ et } \|\mathbf{p}(M) - \mathbf{p}(S)\|_2 = d.$$

3.1.2 Terminologie et notations choisies

Nous introduisons les notations qui suivent pour ce chapitre :

- Le décalage temporel, ou *offset* δ est le décalage temporel entre les deux horloges. Il est exprimé en secondes.
- *Skew* : Le *skew* γ est la dérivée temporelle de δ et est le décalage fréquentiel entre les deux horloges. Il est caractéristique de la stabilité fréquentielle des horloges. Il est donné en parties par millions (ppm), unité sans dimension correspondant à un millionième d'une grandeur donnée. Par exemple, on peut avoir ici : $\gamma = 3.2 \text{ ppm} = 3.2 \times 10^{-6} \text{ s/s} = 3.2 \text{ } \mu\text{s/s}$.
- Les variables constantes le long d'une **transaction de synchronisation** (durée entre

deux processus de synchronisations complets) sont toujours indexées par la lettre k dans ce document.

- *Drift* : le phénomène entier à estimer. Le vecteur de dérive d’horloge ou *drift* est le vecteur $\mathbf{d} = \begin{bmatrix} \delta & \gamma \end{bmatrix}^T$.
- Un tilde $\tilde{\xi}$ signifie qu’une variable quelconque ξ est **mesurable** par notre système.
- Un chapeau $\hat{\xi}$ signifie que la variable ξ **a été estimée** par un processus quelconque.
- Le formalisme sur les notations temporelles, introduit à la section 1.2.1 est toujours de rigueur dans tout le restant du document.

3.1.3 Le phénomène de dérive d’horloge

Qu’est-ce qu’une horloge ?

Afin de bien comprendre le phénomène de dérive, il faut en analyser la provenance. En pratique, nous travaillons directement sur l’horloge intrinsèque au module UWB¹ et nous entendrons par « horloge » cette dernière dans ce chapitre en contraste avec celle du calculateur de nos agents.

Une horloge est un compteur dont la valeur s’incrémente à chaque période d’un oscillateur à cristal. Un oscillateur à cristal génère un signal sinusoïdal comme suit (Giorgi et Narduzzi, 2011; Etzlinger et Wymeersch, 2018) :

$$s(t) = A_0 \cos(2\pi[f_0 + \delta f(t)]t + \phi(t)) + \nu_s(t).$$

A_0 est l’amplitude du signal et f_0 est appelé fréquence propre de l’oscillateur et sa phase $\phi(t)$ qui peut varier dans le temps. $\nu_s(t)$ est un bruit additif que nous négligerons dans une première approche.

En considérant la périodicité du signal, on trouve que chaque incrément $i^A \in \mathbb{N}$ de l’horloge de $A \in \{M, S\}$ correspond à une période de $s(t)$. Schématiquement, le temps qu’indique le compteur² est donc une séquence $(t_i^A)_{i \in \mathbb{N}}$, qui vient s’incrémenter de la valeur de la période f_0^{-1} à chaque oscillation comme suit :

$$t_i^A = \frac{i^A}{f_0}.$$

1. Dans notre cas celle du DW1000 de Decawave © qui est utilisé pour notre implémentation (Decawave, 2017a).

2. Qui est en pratique un registre de microcontrôleur, de 40 bits pour les modules dw1000.

Mais cette approche est faussée en pratique par deux phénomènes : les variations de la phase $\phi(t)$ et les déviations $\delta f(t)$ de la fréquence $f(t)$ des horloges des modules autour de leur fréquence nominale f_0 ; où t désigne ici un temps physique absolu. Nous avons donc la relation suivante pour chaque incrément i^A du compteur :

$$i^A = \mathcal{E} \left[f_0 t + \int_{\tau=0}^t \delta f(\tau) d\tau + \frac{\phi(t)}{2\pi} \right], \quad (3.1)$$

où \mathcal{E} est la fonction partie entière.

Cette formule met en exergue deux phénomènes distincts. Une horloge est soumise à des variations fréquentielles qui sont dues à des fluctuations thermodynamiques dépendant de l'environnement dans lequel se situe l'oscillateur (Frerking, 1978). Cette déviation est incrémentale et va être un phénomène à compenser pour synchroniser les agents S et M . L'autre phénomène est la variation instantanée de phase de l'oscillateur, qui va venir perturber directement la valeur des incréments (Giorgi et Narduzzi, 2011).

Considérations sur le décalage temporel

On ne mesure pas le temps comme une variable continue et appartenant à \mathbb{R}^+ mais plutôt comme une variable périodique comprise entre $[0, T_{max}]$. La raison de cette assertion est simple : dans un système embarqué, tout compteur est associé à un registre qui est lui-même tributaire d'une représentation numérique maximale. Une fois ce nombre passé, le compteur se réinitialise (phénomène connu sous le nom de *wrapping* que nous traiterons par la suite) ce qui fait que le temps ne reste quantifiable que sur une période finie.

Définition 1 : Rigoureusement, le **décalage temporel** δ est défini comme suit :

$$\delta(t^M) := t^S(t^M) - t^M. \quad (3.2)$$

Il s'agit de la différence entre les temps du maître et de l'esclave **exprimée dans la base temporelle de l'esclave**.

On peut considérer tout d'abord une **partie statique** du problème de dérive. En effet, M et S sont nécessairement initialisés à deux dates différentes. Le décalage à l'origine du temps absolu est donc aléatoire et indépendant de tout processus dynamique. On peut le supposer uniforme sur l'intervalle de quantification donc $\delta(0) \sim \mathcal{U}[0, T_{max}]$.

On peut supposer de plus des erreurs d'incrément aléatoires au sein de ce registre : un mauvais seuillage ajoutant ou omettant de manière erronée un coup d'horloge. Également, le

déphasage entre les deux signaux fournis par les cristaux peut être contributeur au phénomène de dérive. Nous avons pu constater l'implication de ce phénomène dans la quantification des coups d'horloge à la lueur de l'équation (3.1).

Fréquences d'oscillation et décalage fréquentiel

Les horloges composant \mathcal{S} ont chacune une fréquence variant dans le temps qui est tributaire de fluctuations thermodynamiques (Frerking, 1978) ce qui donne un décalage fréquentiel γ entre elles fluctuant en fonction du temps.

Définition 2 : Le **décalage fréquentiel** γ est défini comme étant la quantité suivante :

$$\gamma(t^M) := \frac{\partial t^S}{\partial t^M} - 1 = \frac{\partial \delta(t^M)}{\partial t^M}. \quad (3.3)$$

Il s'agit de la **pente** du décalage temporel (voir figure 3.2), en d'autres termes de la dérive fréquentielle entre les deux horloges.

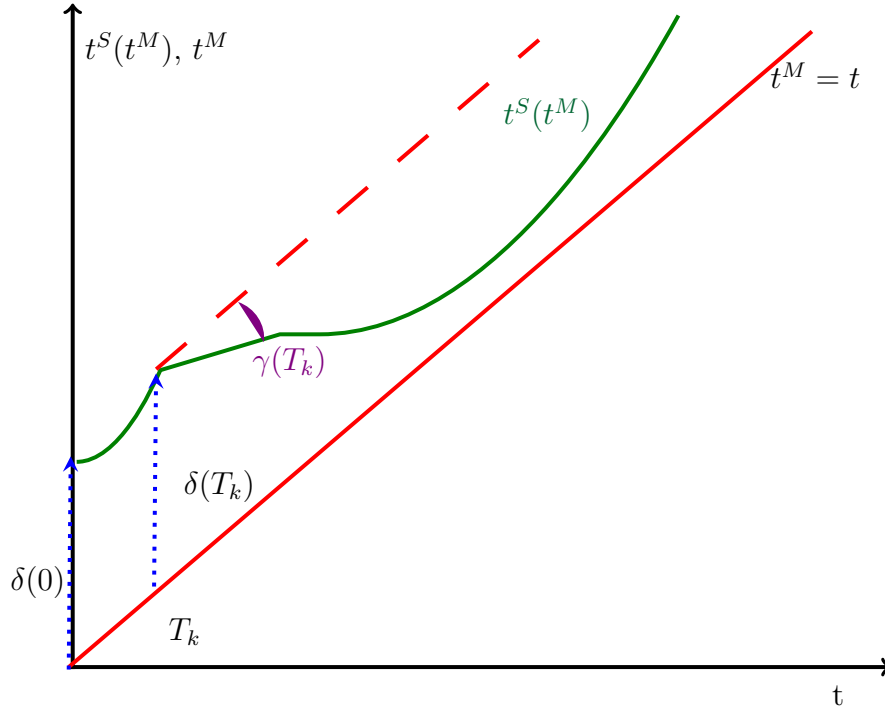


Figure 3.2 Illustration du phénomène de drift.

Les cristaux d'horloges n'ont *a priori* pas la même fréquence propre, $f_0^M \neq f_0^S$ ni le même état thermodynamique, ce qui induit une valeur initiale $\gamma(0) \neq 0$ pour chaque couple maître-esclave possible. Dans notre cas, nous modéliserons le phénomène de dérive initiale par une

valeur aléatoire $\gamma(0) \sim \mathcal{U}([-\gamma_{max}, \gamma_{max}])$, la valeur maximale possible de décalage fréquentiel γ_{max} est une borne qui peut être déduite. En effet, le constructeur donne une déviation maximale entre les fréquences réelles et nominales des cristaux. Dans dans notre cas, sur les modules DW1000, le constructeur s'engage à respecter la norme IEEE 802.15.4 qui stipule un écart fréquentiel maximal comme suit (Decawave, 2017a; McElroy et al., 2014; Neiryneck et al., 2016) :

$$\frac{|f_0^{\text{nominale}} - f(t^M)|}{f_0^{\text{nominale}}} \leq 20 \text{ ppm}, \quad (3.4)$$

avec f_0^{nominale} fréquence nominale du cristal qui est spécifiée par le constructeur et $f(t^M) = f_0 + \delta f(t^M)$ fréquence instantanée du cristal en t^M . Le décalage fréquentiel peut être approximé en négligeant les effets de phase, par la relation entre les fréquences instantanées des cristaux $f^S(t^M)$ (respectivement $f^M(t^M)$) suivante (Giorgi et Narduzzi, 2011) :

$$\gamma(t^M) \approx \frac{f^S(t^M) - f^M(t^M)}{f^M(t^M)}.$$

Munis de la relation précédente et de (3.4), on peut envisager le cas le plus défavorable, c'est-à-dire deux cristaux déviant de leurs spécifications de ± 20 ppm, résultant en un décalage fréquentiel maximal de $\gamma_{max} = 40$ ppm pour notre matériel.

3.1.4 Modèle de dérive d'horloge choisi

Dynamique en temps continu

À partir de cette section, afin d'alléger les notations, nous rappelons que le temps physique t est considéré comme étant celui régnant au sein de l'horloge du maître, $t := t^M$.

Définition 3 : Le vecteur d'état de dérive d'horloge, appelé **drift**, est composé des décalages temporels et fréquentiels, est noté comme suit :

$$\mathbf{d}(t) := \begin{bmatrix} \delta(t) \\ \gamma(t) \end{bmatrix}.$$

Le vecteur \mathbf{d} de dérive d'horloge suit un modèle à intégrateur simple en raison de la relation (3.3). L'état fréquentiel γ suit une marche aléatoire dirigée par un bruit blanc, gaussien, centré ω_γ et de densité spectrale de puissance $\sigma_{\gamma\gamma}^2$. Ce bruit d'état vient modéliser les fluctuations thermodynamiques dont le décalage fréquentiel est tributaire.

Afin de modéliser les variations instantanées de phase considérées en 3.1.3 et les imperfections du modèle, un autre bruit d'état ω_δ supposé blanc, gaussien, centré et de densité spectrale de puissance $\sigma_{\delta\delta}^2$, viendra perturber la dérivée du décalage temporel dans notre modèle.

$$\begin{cases} \dot{\delta}(t) = \gamma(t) + \omega_\delta(t), \\ \dot{\gamma}(t) = \omega_\gamma(t). \end{cases} \quad (3.5)$$

Comme vu précédemment à la section 2.3.1, nous pouvons développer un modèle plus complexe. On peut prendre en compte notamment le **facteur d'âge** des cristaux qui est définie comme étant $\alpha(t) = \dot{\gamma}(t)$, ce qui ajouterait un état supplémentaire au modèle choisi. Le choix du modèle d'ordre deux (Giorgi et Narduzzi, 2011; Hamilton et al., 2008) que nous avons entrepris est motivé par la qualité du cristal du module **dw1000**. Nous supposons également que la fréquence de notre processus de synchronisation que nous développons en section 3.2 soit suffisante pour donner des estimés dotés d'une précision convenable.

Discretisation de la dynamique

Lemme 1. *Soit $a(t) \in \mathbb{R}$ une variable aléatoire scalaire, continue et gaussienne de densité spectrale de puissance σ^2 . Soit un vecteur d'état $s(t) \in \mathbb{R}^2$, avec $s_2(t) = \dot{s}_1(t)$ et $\dot{s}_2(t) = a(t)$. Si on discrétise cet état suivant le pas de temps h_k , on obtient le modèle discrétisé suivant :*

$$\dot{\mathbf{s}} = \underbrace{\begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}}_{\mathbf{A}} \mathbf{s}(t) + \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix} a(t) \Leftrightarrow \mathbf{s}_k = \underbrace{\exp(\mathbf{A}h_k)}_{\mathbf{I}_2 + \mathbf{A}h_k} \mathbf{s}_{k-1} + \mathbf{a}_k.$$

On peut alors écrire que le vecteur \mathbf{a}_k suit une loi gaussienne centrée $\mathcal{N}(\mathbf{0}, \Sigma_k)$ avec :

$$\Sigma_k = \sigma^2 \begin{bmatrix} \frac{h_k^3}{3} & \frac{h_k^2}{2} \\ \frac{h_k^2}{2} & h_k \end{bmatrix}.$$

Démonstration. Introduisons les notations suivantes :

$$\dot{\mathbf{s}} = \mathbf{A}\mathbf{s} + \mathbf{C}a(t).$$

Tout d'abord, on discrétise la dynamique du système en calculant l'exponentielle de la matrice d'évolution pour un pas de temps positif donné : $h_k \in \mathbb{R}_*^+$ avec $k \in \mathbb{N}$:

$$\Phi_k = \exp(\mathbf{A}h_k) = \sum_{i=0}^{\infty} \frac{\mathbf{A}^i h_k^i}{i!} \underset{\text{nilpotence}}{=} \mathbf{I}_2 + \mathbf{A}h_k.$$

Ainsi on peut arriver à l'expression discrétisée du système d'équations précédent :

$$\mathbf{s}_k = \Phi_k \mathbf{s}_{k-1} + \mathbf{a}_k.$$

Il nous reste à caractériser les paramètres du bruit gaussien une fois discrétisé, sous l'hypothèse que le bruit soit ergodique (invariance par translation de l'échelle temporelle). Si $a(t)$ est centré, alors $\forall T_k \in \mathbb{R}_*^+$:

$$\mathbb{E}(\mathbf{a}_k) = \mathbb{E} \left[\int_{t=T_k}^{T_k+h_k} \exp(\mathbf{A}t) \mathbf{C} a(t) dt \right] = \int_{t=T_k}^{T_k+h_k} \exp(\mathbf{A}t) \mathbf{C} \underbrace{\mathbb{E}[a(t)]}_{=0} dt = \mathbf{0}.$$

En ce qui concerne la variance elle s'exprime rigoureusement ainsi sur un pas de temps h_k :

$$\begin{aligned} \mathbb{V}(\mathbf{a}_k) &= \int_{t=T_k}^{T_k+h_k} \mathbb{E}(\mathbf{a}(t) \mathbf{a}(t)^T) dt \\ &= \int_{t=T_k}^{T_k+h_k} \exp(\mathbf{A}t) \mathbf{C} \underbrace{\mathbb{E}(a(t)a(t))}_{=\sigma^2} \mathbf{C}^T \exp(\mathbf{A}t)^T dt \\ &= \int_{t=T_k}^{T_k+h_k} \begin{bmatrix} t^2 & t \\ t & 1 \end{bmatrix} dt \\ &= \Sigma_k = \sigma^2 \begin{bmatrix} \frac{h_k^3}{3} & \frac{h_k^2}{2} \\ \frac{h_k^2}{2} & h_k \end{bmatrix}. \end{aligned}$$

□

Application : On peut discrétiser les équations d'état linéaires (3.5) suivant un pas de temps h_k . Nous obtenons ainsi le système suivant :

$$\begin{cases} \delta(k+1) = \delta(k) + h_k \gamma(k) + \omega_\delta(k), \\ \gamma(k+1) = \gamma(k) + \omega_\gamma(k), \end{cases} \quad \text{avec} \quad \begin{bmatrix} \omega_\delta(k) \\ \omega_\gamma(k) \end{bmatrix} := \omega(k). \quad (3.6)$$

Définition 4 : Le vecteur d'état discrétisé suivant le pas h_k à estimer est donc :

$$\mathbf{d}(k) := \begin{bmatrix} \delta(k) \\ \gamma(k) \end{bmatrix}.$$

Et il suit la dynamique suivante :

$$\mathbf{d}(k) = \mathbf{A}(k)\mathbf{d}(k-1) + \omega(k), \forall k \in \mathbb{N}^*, \quad (3.7)$$

avec les quantités matricielles suivantes définies comme :

$$\begin{aligned} \mathbf{A}(k) &:= \begin{bmatrix} 1 & h_k \\ 0 & 1 \end{bmatrix}, \\ \omega(k) &:= \begin{bmatrix} \omega_\delta(k) \\ \omega_\gamma(k) \end{bmatrix} \sim \mathcal{N}(\mathbf{0}, \mathbf{Q}), \\ \mathbf{Q}(k) &= \sigma_{\gamma\gamma}^2 \begin{bmatrix} \frac{h_k^3}{3} & \frac{h_k^2}{2} \\ \frac{h_k^2}{2} & h_k \end{bmatrix} + \sigma_{\delta\delta}^2 \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}. \end{aligned}$$

3.2 Protocole de synchronisation choisi

Nous avons conçu un protocole d'échange à trois messages. Il s'agit du nombre de messages minimal pour obtenir une mesure de décalage temporel (voir section 2.3.2) nous avons besoin pour ce faire de deux dates d'envoi et de deux dates de réception afin d'éliminer les effets de temps de propagation des ondes le long de la distance inter-agent d . Un troisième message est nécessaire afin de transporter toutes les mesures prises par M à la station S qui doit en tenir compte pour se synchroniser. Ceci vient du fait qu'il n'est pas possible d'expédier un temps d'envoi **mesuré** d'un message dans le même paquet. En effet, nous pouvons **prévoir** un temps d'envoi et l'inscrire dans le message, mais cette opération est moins précise au niveau des mesures de dates, en raison de venant de l'incertitude au niveau de la date d'envoi prévue *vs* la date d'envoi réelle (Neiryck et al., 2016; Decawave, 2017a).

Exemple 3. *Typiquement les envois peuvent être prévus à la microseconde près dans une carte DW1000. Si l'on suppose une erreur dans la date d'envoi du même ordre de grandeur et que l'on veuille exploiter cette mesure pour estimer une distance, une erreur d'une centaine de mètres surviendrait ($1\mu s \times c = 300 \text{ m}$).*

Le protocole choisi, inspiré du PTP (IEEE, 2008) et illustré à la figure 3.3, est conçu pour que le maître initie la communication, ce qui est utile pour un réseau d'esclaves synchronisés en

termes de régulation des communications. Cette approche est discutée au chapitre 4, traitant de la localisation de stations embarquées à l'aide d'un réseau synchronisé d'ancres \mathcal{S} .

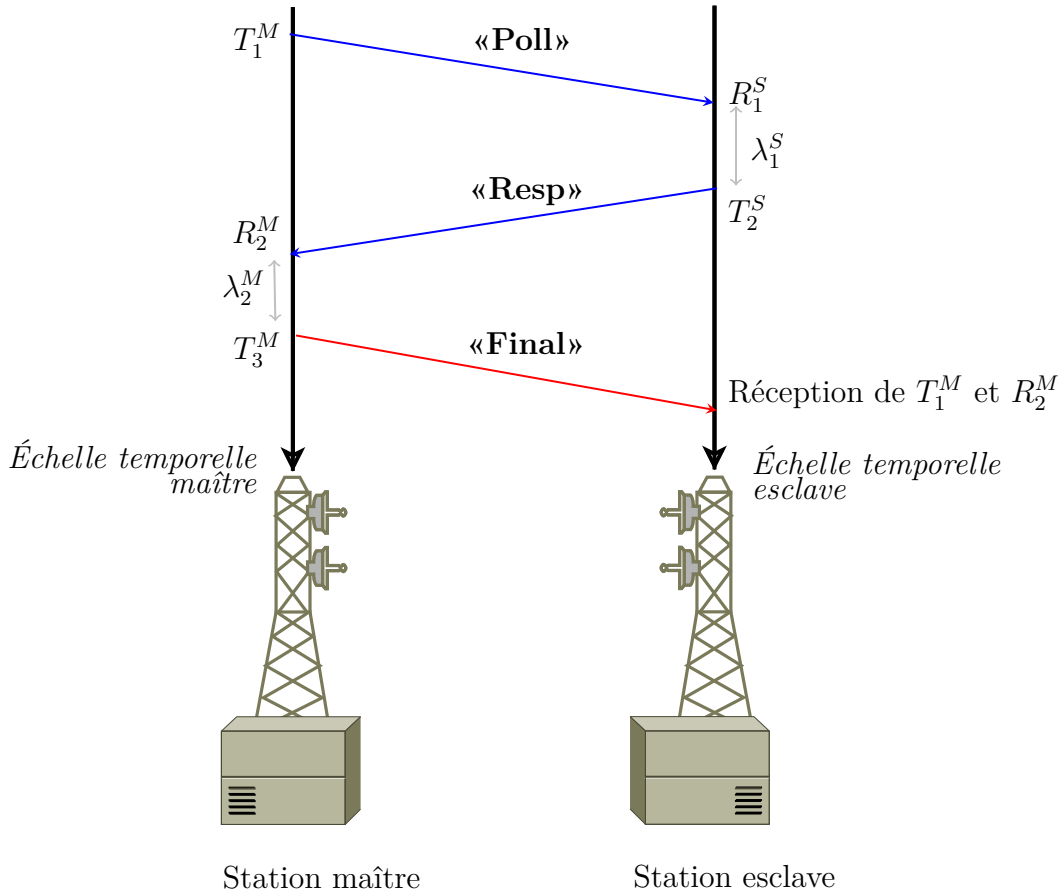


Figure 3.3 Protocole de synchronisation choisi.

3.2.1 Principe d'obtention de la mesure de décalage temporel

Au vu de l'ordre de grandeur des distances (cas d'utilisation en intérieur) entre les modules, on suppose que **le décalage temporel est constant entre l'envoi et la réception du message**.

Exemple 4. On peut raisonnablement valider cette dernière hypothèse en comparant des ordres de grandeurs pessimistes : si un décalage fréquentiel γ constant de 10 ppm advient entre deux horloges distantes de $d_S^M = 10$ m alors on a une évolution du décalage temporel de :

$$\delta_{TOF} = d_S^M \gamma c^{-1} \approx 10^1 \times 10^{-5} \times 10^{-8} = 10^{-12} \text{ s}$$

ce qui est une valeur inférieure à la résolution de l'horloge d'un module *dw1000 Decawave* (2017a), qui est de la dizaine de picosecondes.

Message d'initiation «poll» : Un premier message, visible à la figure 3.3, est envoyé par le maître à l'esclave à l'instant T_1^M . Si les temps de départ et d'arrivée du message sont mesurables³ alors on peut extraire la quantité suivante :

$$R_1^S - T_1^M = \delta(T_1^S) + \Delta_M^S.$$

Or, ce qui nous intéresse ici pour la synchronisation est de mesurer le *drift* de l'horloge δ , défini en (3.2), et non pas ce dernier entaché d'une durée de propagation Δ_M^S . Celle-ci est composée du temps de parcours des deux messages entre les stations esclave et maître mais aussi du temps de traitement de l'envoi et de la réception.

Message de réponse «resp» : Afin de compenser Δ_M^S , on peut aisément calculer une autre différence. Cette fois, le second message est envoyé par l'esclave au maître à l'instant T_2^S . Ainsi, on peut calculer la durée :

$$R_2^M - T_2^S = \Delta_S^M - \delta(T_2^S).$$

Message de fin de synchronisation «final» : Nous devons transmettre à l'esclave les mesures prises par le maître afin qu'il procède à son calcul de **synchronisation** pour cela, on utilise ce message de transport.

Définition 5 : On définira au sein de l'esclave la durée :

$$\lambda_1^S := T_2^S - R_1^S.$$

Mesure de décalage temporel : On calcule la quantité suivante que nous appellerons par abus de langage «mesure» de décalage temporel grâce à la formule :

$$\tilde{\delta} := \frac{R_1^S - T_1^M - [R_2^M - T_2^S]}{2} \underset{\mathcal{H}}{\approx} \tilde{\delta} \left(R_1^S + \frac{\lambda_1^S}{2} \right) \approx \frac{\delta(R_1^S) + \delta(T_2^S)}{2}. \quad (3.8)$$

3. Ce que fait le module DW1000 avec un délai, ce qui implique que le temps de départ n'est transmis que lors d'un message suivant ce dernier.

3.2.2 Bruit pour la mesure de décalage temporel

L'hypothèse \mathcal{H} que nous ferons pour la mesure est ici de considérer l'approximation suivante :

$$\Delta_M^S \approx \Delta_S^M. \quad (3.9)$$

Cette dernière implique une hypothèse de symétrie dans la propagation physique et le temps de traitement des paquets *poll* et paquets *resp*.

Si nous nous penchons sur les facteurs pouvant briser cette hypothèse, on peut analyser dans le cas particulier de notre problème :

- (a) Le déplacement d'une balise par rapport à l'autre durant le laps de temps $\lambda_1(k)$. Or, nous les supposons toutes deux fixes en première approche, ce qui dans notre cas n'affectera pas le protocole. En pratique λ_1 est de l'ordre de 0.5 ms, cette durée conditionnera donc en fonction de la vitesse $\mathbf{v}(t)$ du mobile lors de ce laps de temps la précision de notre algorithme de synchronisation. Ainsi, notre algorithme sera tributaire d'une composante perturbatrice ϵ_d fonction de cette vitesse :

$$\epsilon_d = \frac{1}{c} \int_{t=0}^{\lambda_1} \mathbf{v}(t) \cdot \frac{\mathbf{MS}(t)}{\|\mathbf{MS}(t)\|_2} dt, \text{ avec } \mathbf{MS}(t) = \begin{bmatrix} x^M(t) - x^S(t) \\ y^M(t) - y^S(t) \\ z^M(t) - z^S(t) \end{bmatrix}, \quad (3.10)$$

où c est la célérité de la lumière dans le vide.

- (b) Des écarts dus au temps de traitement dans chacun des modules qui sont nécessairement différents. En particulier les délais de transmission des antennes (Decawave, 2014) peuvent être réglés de façon à être identiques mais il résultera quand même un écart. Nous noterons cette composante perturbatrice ϵ_t^\dagger .
- (c) Des erreurs peuvent provenir également d'un éventuel phénomène de réflexion multiple des ondes pour les paquets de *poll* et de *resp*. L'algorithme permettant la détection *Leading-edge DEtection* (LDE) (Sharp et al., 2009) de l'arrivée du message peut retourner la date d'arrivée d'un chemin indirect pris par une onde si celui-ci possède une puissance suffisante (Yao et al., 2003). Ceci engendre une erreur dans la mesure puisque les distances parcourues par les messages *poll* et *resp* ne sont donc plus identiques. Cette contribution à l'erreur de mesure dépend de l'environnement dans lequel le dispositif évolue (topologie, matériaux présentant des propriétés particulières de réflexion...), nous noterons ce terme d'erreur ϵ_μ . Nous parlerons de ces erreurs plus en

détail au chapitre 4.

- (d) De plus, il faut savoir que la qualité des mesures décroît avec λ_1 puisque nous avons supposé que le décalage fréquentiel était négligeable entre les deux points de mesures considérés. Or, en observant le phénomène, deux intégrations de la dérivée de l'*offset* (décalage fréquentiel) sont à considérer :

$$\begin{aligned}\delta(R_1^S) &= \delta + \int_{t=R_1^S}^{R_1^S+0.5\lambda_1} \gamma(t)dt, \\ \delta(T_2^S) &= \delta + \int_{t=T_2^S}^{T_2^S-0.5\lambda_1} \gamma(t)dt, \\ \text{or : } \delta(R_1^S) + \delta(T_2^S) &= \underbrace{\int_{t=R_1^S}^{R_1^S+0.5\lambda_1} \gamma(t)dt + \int_{t=T_2^S}^{T_2^S-0.5\lambda_1} \gamma(t)dt}_{:=\epsilon_i} + 2\delta.\end{aligned}$$

Ces périodes d'intégration du processus croissent avec λ_1 et on suppose que l'effet de l'intégration de γ est négligeable si et seulement si la valeur de λ_1 est petite.

Exemple 5. Si l'on prend les valeurs pessimistes⁴ de $\lambda_1 = 10^{-3}$ et $\Delta\gamma = 10^{-7}$ (variation de 0.1 ppm du cristal sur une seconde) constant alors on obtient une valeur typique de $\epsilon_i \approx \lambda_1 \Delta\gamma = 10^{-10}$. Ce problème peut être négligé en première approche, l'impact de cet écart de mesure reporté sur une mesure de distance n'étant que de l'ordre du centimètre ce qui est une performance pas encore atteinte à ce jour : on parle plutôt d'une dizaine de centimètres (Etzlinger et Wymeersch, 2018; Decawave, 2017a).

En première approche, on se placera dans des conditions telles que nous pouvons négliger les réflexions multiples, *i.e.* $\epsilon_\mu = 0$. On négligera aussi les contributions dues à la variation de la distance d (les modules sont fixes) c'est-à-dire $\epsilon_d = 0$. Resteront les erreurs d'intégration ϵ_i et les erreurs de symétrie du temps de traitement ϵ_t^\dagger . Nous supposerons la somme de ces deux variables aléatoires restantes gaussienne et centrée, en nous appuyant sur des résultats de travaux d'implémentation précédents (McElroy et al., 2014). Ainsi, nous modéliserons le bruit de mesure additif comme suit :

$$\tilde{\delta} = \delta + \nu_{\delta m}, \text{ où } \nu_{\delta m} := \epsilon_i + \epsilon_t^\dagger \sim \mathcal{N}(0, \sigma_{\delta m}^2). \quad (3.11)$$

4. Le lecteur pourra constater dans la suite de ce chapitre les ordres de grandeur effectifs des valeurs concernées sur des tests en pratique.

3.2.3 Mesure du décalage fréquentiel

Certains modules UWB utilisés en localisation (dont le DW1000 utilisé pour notre implémentation) sont pourvus directement d'un estimateur de décalage fréquentiel, entre l'horloge émettrice et réceptrice, dont la mesure ne dépend que de la réception du message précédent (Neiryneck et al., 2016).

En effet, il est possible de retrouver la fréquence de l'horloge d'un système pourvu d'un émetteur en faisant une opération de corrélation au niveau du récepteur sur des motifs temporels⁵ connus (Png et al., 2008; Berner, 2005). Résoudre le problème d'estimation de décalage fréquentiel est nécessaire notamment pour les modules UWB utilisant la technologie Multiplexage Multibande à Fréquences Orthogonales, pour *Multi-Band Orthogonal Frequency Division Multiplexing* (MB-OFDM). En effet, sa compensation est requise avant de démoduler les signaux transmis, sous peine de perte d'information lors de la démodulation du signal. Ce problème est connu sous le nom de *timing recovery* (Aldubaikhy, 2012).

Ainsi le registre d'intégration de porteuse (*carrier integrator*) nous donne la somme des temps de décalage Σ constatés entre les motifs implémentés au sein du module dw1000 (Decawave, 2017b). Ces motifs sont contenus dans le préambule du message transmis par ledit module, plus précisément dans la partie en-tête de synchronisation, pour *Synchronization Header* (SHR) IEEE (2011). Ainsi, considérant ce décalage moyen on peut obtenir une mesure de γ telle que :

$$\tilde{\gamma} = \underbrace{\frac{\Sigma F_s}{N}}_{F_\gamma} \times \frac{1}{F_p}.$$

Cette équation est paramétrée par les grandeurs physiques suivantes :

- Σ : valeur du registre d'intégration de porteuse, somme sur tous les échantillons des décalages algébriques constatés entre les motifs [incréments d'horloge \times échantillons] ;
- N : nombre d'échantillons pris par le registre d'intégration (constante connue, dépend du baudrate de transmission) ;
- F_s : fréquence d'échantillonnage du registre (constante connue) ;
- F_γ : fréquence de décalage moyenne sur le paquet [Hz] ;
- F_p : fréquence de la porteuse [Hz] (constante connue) ;

5. Appelés également «symboles» dans la littérature.

- $\tilde{\gamma}$: mesure du décalage fréquentiel obtenue.

On supposera que chaque mesure, pour chaque transaction k , est entachée d'une perturbation gaussienne :

$$\tilde{\gamma}(k) = \gamma(k) + \nu_\gamma(k) \text{ où } \nu_\gamma(k) \sim \mathcal{N}(0, \sigma_\gamma^2)$$

Cette mesure est prise en pratique à partir des informations extraites du message «poll» par le module `dw1000`. En effet, cette mesure est donnée par le module récepteur lors d'une transaction, et nous sommes intéressés à détenir la mesure au sein de l'esclave pour procéder à la synchronisation. Sur la figure 3.3, elle est prise juste après R_1^S au sein de l'esclave.

3.2.4 États des mesures

Définition 6 : Le vecteur des mesures \mathbf{z} est composé des deux mesures présentées aux sections 3.2.2 et 3.2.3 :

$$\mathbf{z}(k) := \begin{bmatrix} \tilde{\delta}(k) \\ \tilde{\gamma}(k) \end{bmatrix} := \mathbf{H}\mathbf{d}(k) + \nu(k) \text{ avec } \nu \sim \mathcal{N}(\mathbf{0}, \mathbf{R}) \text{ et } \mathbf{H} = \mathbf{I}_2.$$

Le vecteur de mesure est entaché par $\nu = \begin{bmatrix} \nu_\delta & \nu_\gamma \end{bmatrix}^T$, vecteur gaussien centré et de **matrice de covariance** \mathbf{R} diagonale :

$$\mathbf{R}(k) := \begin{bmatrix} \sigma_{\delta m}^2 & 0 \\ 0 & \sigma_{\gamma m}^2 \end{bmatrix}.$$

3.3 Synchronisation par filtrage de Kalman

Avec les considérations précédentes, nous pouvons concevoir un estimateur de dérive d'horloge (*drift*) à deux états en vue de synchroniser l'esclave S .

L'objectif est donc d'estimer le vecteur \mathbf{d} sachant les mesures \mathbf{z} :

$$\mathbf{d}(k) = \begin{bmatrix} \delta(k) \\ \gamma(k) \end{bmatrix} \text{ et } \mathbf{z}(k) = \begin{bmatrix} \tilde{\delta}(k) \\ \tilde{\gamma}(k) \end{bmatrix}.$$

Nous avons choisi de concevoir un filtre de Kalman (Marti, 2008; Chiui et Chen, 1987) puisque notre modèle et nos mesures sont linéaires et bruitées par des vecteurs gaussiens centrés, selon nos hypothèses. Ce filtre nous permet d'estimer de manière optimale sous réserve que

les bruits soient centrés et gaussiens les deux états de notre système dont nous avons besoin afin de procéder à une correction.

3.3.1 Équations de filtrage

Initialisation :

$$\mathbf{R}(k) \leftarrow \mathbf{R}$$

$$\mathbf{h}_k \leftarrow h_0$$

$$\mathbf{P}(k) \leftarrow \mathbb{V}(\mathbf{d}_0)$$

$$\hat{\mathbf{d}}(k) \leftarrow \mathbb{E}(\mathbf{d}_0)$$

Pour $k \in \mathbb{N}$ **faire**

Mise à jour des matrices de covariance du bruit d'état et d'évolution :

Si $(k \neq 0)$ **Alors**

| Mesure de h_k

Fin Si

$$\mathbf{P}(k) \leftarrow \sigma_{\gamma\gamma}^2 \begin{bmatrix} h_k^3/3 & h_k^2/2 \\ h_k^2/2 & h_k \end{bmatrix} \quad \mathbf{A}(k) \leftarrow \begin{bmatrix} 1 & h_k \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Équations de prédiction :

$$\hat{\mathbf{d}}(k+1|k) \leftarrow \mathbf{A}(k)\hat{\mathbf{d}}(k)$$

$$\mathbf{P}(k+1|k) \leftarrow \mathbf{A}(k)\hat{\mathbf{P}}(k)\mathbf{A}(k)^T + \mathbf{Q}(k)$$

Calcul du gain matriciel de Kalman et du vecteur d'innovation :

$$\mathbf{K}(k+1) \leftarrow \mathbf{P}(k+1)(\mathbf{P}(k+1) + \mathbf{R})^{-1}$$

$$\mathbf{r}(k+1) \leftarrow \mathbf{z}(k) - \hat{\mathbf{d}}(k+1|k)$$

Équations de mise à jour :

$$\hat{\mathbf{d}}(k+1) \leftarrow \hat{\mathbf{d}}(k+1|k) + \mathbf{K}(k+1)\mathbf{r}(k+1)$$

$$\mathbf{P}(k+1) \leftarrow (\mathbf{I}_2 - \mathbf{K}(k+1))\hat{\mathbf{P}}(k+1|k)$$

Fin Pour

Algorithme 1 – Algorithme de filtrage de Kalman utilisé pour la synchronisation.

Notes sur les conditions initiales : Pour l'initialisation, on prend $\hat{\mathbf{d}}(0) = \mathbb{E}[\mathbf{d}(0)]$. La distribution des conditions initiales ayant déjà été supposée uniforme, nous considérons le centre de l'intervalle quantifié par les variables de notre microcontrôleur comme étant l'estimé initial. C'est-à-dire $\hat{\delta}_0 = \frac{T_{max}}{2}$ et $\hat{\gamma}_0 = 0$.

Pour la variance initiale, on applique l'expression des variances pour des variables aléatoires

à loi uniforme, voir annexe A.1.6, pour chacun des coefficients diagonaux de la matrice de covariance \mathbf{P} du Filtre de Kalman.

3.3.2 Loi de synchronisation

Synchroniser revient à estimer l'état de dérive de l'horloge de l'esclave S par rapport à M à tout temps t^S . On pourra corriger le temps de l'horloge esclave t^S en appliquant une loi compensant le décalage temporel. Pour cela, il faudra soustraire le décalage estimé au préalable ainsi, en reprenant la définition du décalage temporel vue en (3.2).

$$\hat{t}^M = t^S - \hat{\delta}(t^S), \quad (3.12)$$

avec $\hat{\delta}(t)$, qui est l'estimé du décalage temporel à l'instant t .

Dans notre cas, il s'agit d'une interpolation linéaire. Si nous supposons le dernier estimé des états de dérive déduit à la date T_k^S , qui est le centre de l'intervalle λ_1^S par définition, alors notre loi de synchronisation sera la suivante :

$$\begin{aligned} \hat{\delta}(t^S) &:= \hat{\delta}(k) + \hat{\gamma}(t^S) \times \underbrace{\left(t^S - \frac{R_1^S + T_2^S}{2}\right)}_{:= T_k^S}, \\ \hat{\gamma}(t^S) &:= \hat{\gamma}(k). \end{aligned}$$

Ce procédé est illustré à la figure 3.4.

Définition 7 : Ainsi, nous pouvons définir une **erreur de synchronisation** comme suit :

$$\epsilon_\delta(t^S) := \delta(t^S) - \hat{\delta}(t^S).$$

On notera que cette variable n'est pas directement observable, aucun système ne supervisant simultanément les deux horloges. Toutefois, nous pouvons estimer son ordre de grandeur en comparant la distance d_S^M connue avec une distance déduite *a posteriori* du procédé de synchronisation par estimation de TOF. Le comparatif donnant une métrique de la qualité de la synchronisation, nous verrons comment mener à bien cette estimation à la section 3.6.1.

3.4 Quantification des paramètres du modèle

Afin de régler notre estimateur de Kalman, nous devons effectuer une quantification des paramètres physiques de notre cristal. Notre première question sera de déterminer si un

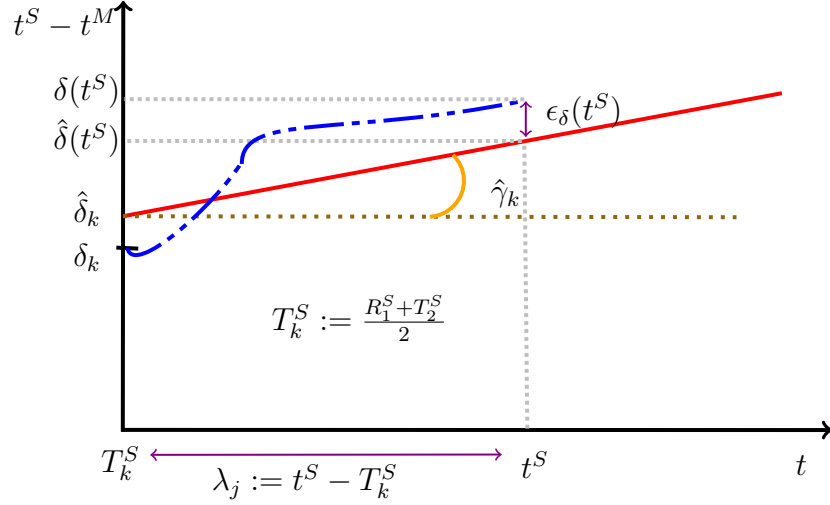


Figure 3.4 Illustration de la correction de drift pour une date t^S quelconque postérieure à T_k^S .

modèle à décalage fréquentiel constant est légitime pour estimer un tel phénomène ou non. Une évolution lente d'un tel phénomène de dérive peut être aisément suivie par un estimateur de Kalman muni d'un modèle d'ordre un comme nous le proposons.

Nous nous focaliserons dans un premier temps sur l'impact du régime transitoire (lorsque les cristaux viennent juste d'être mis sous tension) sur le décalage fréquentiel pour ensuite le quantifier en régime permanent (lorsque les deux cristaux sont chauds). Par la suite, on essaiera de déterminer le bruit de la mesure de décalage fréquentiel, issue de la boucle de *timing recovery* du module UWB (Aldubaikhy, 2012) et enfin quantifier le bruit de modèle sur cet état.

3.4.1 Acquisitions des mesures de l'intégrateur de porteuse

Tentons de comprendre le comportement du décalage fréquentiel des horloges en pratique. On peut observer les mesures prises par le registre d'intégrateur de porteuse du module `dw1000` afin d'analyser la qualité de notre modèle ainsi que la qualité de nos mesures sur l'état γ du système. Afin d'illustrer nos propos, on peut regarder une acquisition durant quelques dizaines d'heures de ce registre à la figure 3.5.

Nous remarquons que le *skew* est non-nul dès le départ, chaque couple de stations de base possédant un décalage fréquentiel initial car les deux cristaux n'oscillent pas à la même fréquence. Toutefois les mesures de *skew*, bruitées, subissent un régime transitoire au début de l'acquisition avant de se stabiliser dans une zone d'environ ± 0.1 ppm. On remarquera

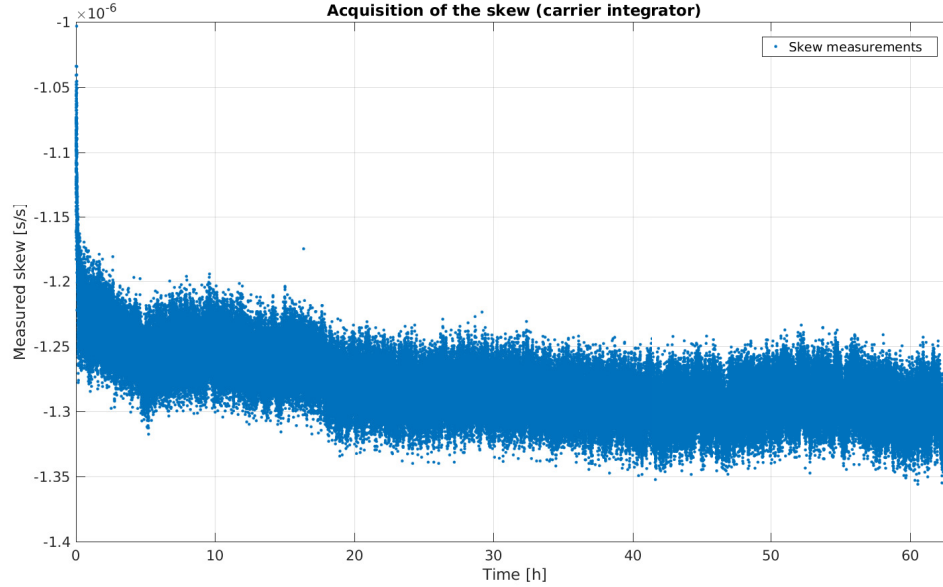


Figure 3.5 Acquisition du décalage fréquentiel sur plusieurs heures.

que la moyenne des mesures du décalage fréquentiel évolue très lentement par la suite. Ceci semble aller dans le sens de notre hypothèse qu'un modèle d'ordre un peut permettre une traque efficiente du phénomène de dérive en supposant un décalage fréquentiel constant mais à modèle bruité.

Dès lors, nous considérerons comme bruit de mesure les fluctuations rapides de la mesure de *skew* donnée par le registre. Ces dernières sont associées au coefficient $R_{\gamma\gamma} = \sigma_{\gamma M}^2$ de la matrice de covariance \mathbf{R} du filtre de Kalman. Les fluctuations lentes seront supposées être dues aux imperfections du modèle à deux états choisi. En d'autres termes, il s'agit des effets du bruit ν_δ précédemment évoqué à la section 3.2.2. Le modèle ne prend pas en compte des événements extérieurs perturbant la fréquence d'oscillation des cristaux comme par exemple la différence de température entre les deux modules ou encore le vieillissement des oscillateurs.

3.4.2 Régime transitoire

L'échauffement des modules UWB engendre une variation de la fréquence des cristaux au sein de leurs horloges. En effet, les opérations entreprises au sein de ces derniers font chauffer leur corps et nécessairement le cristal dont la fréquence d'oscillation dépend de fluctuations thermodynamiques, comme expliqué en 3.1.3. Ainsi, on observe un régime transitoire jusqu'à ce que le module atteigne une température constante.

Dans une première approche, nous allons supposer que le décalage fréquentiel γ entre deux stations est gouverné par une loi du premier ordre du type :

$$\dot{\gamma} = -\frac{\gamma}{\tau} + \omega_{\gamma}.$$

Une constante de temps τ est associée au temps de chauffe des cristaux. De plus, une composante aléatoire ω_{γ} , représente les fluctuations thermodynamiques instantanées, comme au sein du modèle exprimé en (3.7). Le décalage fréquentiel initial γ_0 dépend de l'état initial thermodynamique esclave/maître, qui demeure inconnu *a priori*.

Il est également difficile de prédire le temps τ caractéristique de l'échauffement sans disposer des caractéristiques thermodynamiques précises de chacun des cristaux. Notre but est ici d'extrapoler un ordre de grandeur de τ dans les lignes qui suivent pour des cas d'utilisation typiques. Ceci afin de prédire un temps d'attente avant utilisation du dispositif menant à un meilleur suivi du phénomène de dérive temporelle. En effet, le modèle de dérive choisi est exprimé par la relation (3.7) et ne prend pas en compte ces effets transitoires.

Nous avons identifié le modèle d'ordre un en effectuant une correspondance sur des séries de mesures de décalage fréquentiel. Une série de ces résultats est visible en figure 3.6. Les acquisitions présentées ici ont été réalisées au démarrage des modules qui étaient préalablement éteints et à température ambiante et pour des couples maître/esclave différents. On remarque que les effets du régime transitoire ne deviennent plus prépondérants au bout de quelques minutes.

Dans notre implémentation⁶, nos échanges de synchronisation sont de l'ordre de la centaine par seconde. La cinétique du phénomène est relativement lente, puisque due à des interactions thermodynamiques. Nous supposons que le nombre de mesures sera suffisant pour convenir à dégager un estimé adéquat. Ceci nous évite une calibration qui serait une fonction du couple de cristal employé, des températures initiales et de la fréquence d'échange dans les transactions. Le système nécessitera de par ce choix de conception un temps de chauffe de quelques minutes pour atteindre une meilleure précision.

Estimation des ordres de grandeur des variances

Nous avons mené des tests sur plusieurs couples de station de base possibles afin d'obtenir un échantillon significatif des réalisations stochastiques que sont nos mesures des états de dérive d'horloge.

6. Voir chapitre 4.

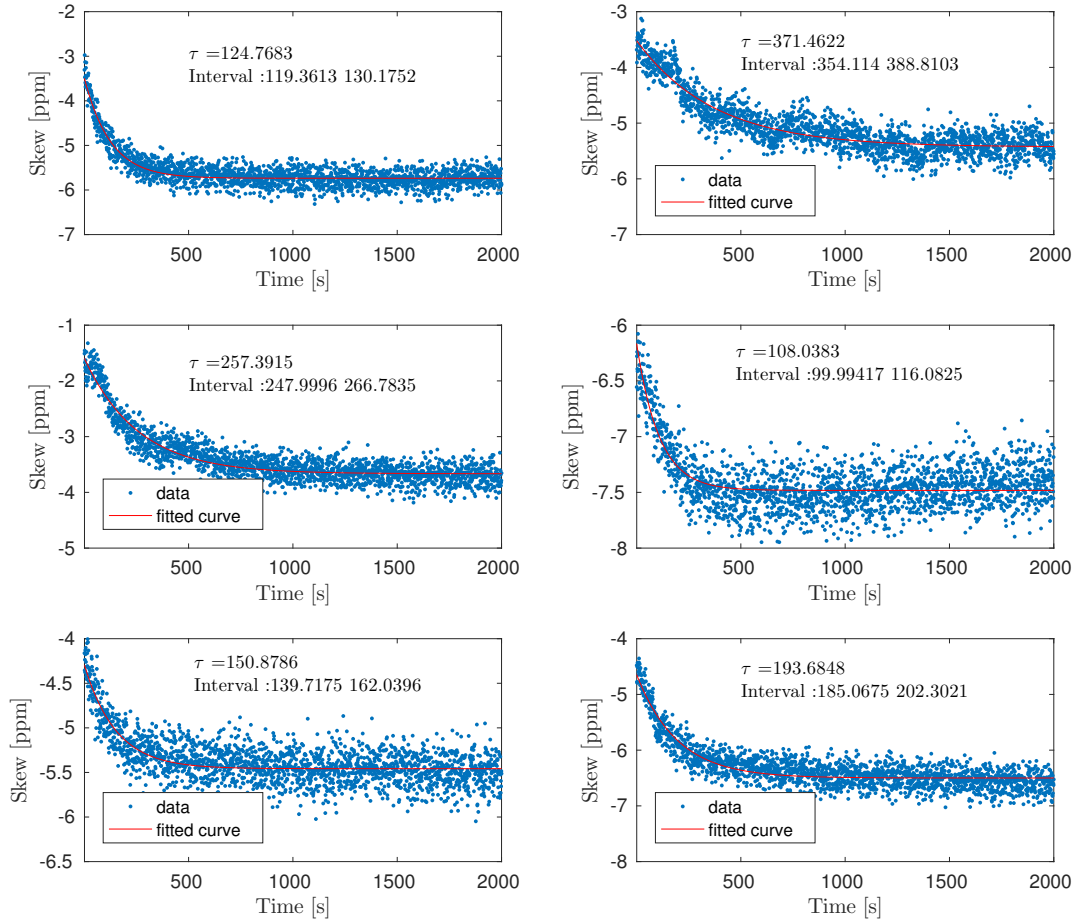


Figure 3.6 Identification de quelques constantes de temps τ , avec intervalles de confiance à 95%.

Nous tenterons par cette approche, menée en régime permanent, une quantification des ordres de grandeur des différentes variances dans l'optique de régler notre estimateur de Kalman. Dans toute cette partie le temps entre deux transactions de synchronisation à trois messages est fixé à environ $\bar{h}_k = 1.002$ s. Le choix d'une «grande période» d'échange est justifié pour traquer le phénomène lent (voir figure 3.5) de dérive des horloges mais également pour considérer constant le temps entre deux échanges. En effet, la durée des échanges ayant des variations au plus de l'ordre de la centaine de microseconde en pratique.

Méthode d'estimation du bruit de mesure du décalage fréquentiel

Comme nous l'avons supposé, le phénomène de dérive fréquentielle évolue lentement et les perturbations spontanées seront imputées essentiellement à la mesure. Afin de permettre une quantification adéquate de notre bruit de mesure, nous avons divisé en M intervalles $\tilde{\Gamma}_l$ de L points nos acquisitions $\tilde{\gamma}$ en faisant l'hypothèse que l'espérance des mesures $\mathbb{E}(\tilde{\gamma})$ sur chacun de ces intervalles soit constante sur chacun des intervalles. Ainsi, on construit les vecteurs Γ_l comme suit :

$$\Gamma_l = [\tilde{\gamma}(L[l-1]) \quad \dots \quad \tilde{\gamma}(Ll)]^T.$$

Le nombre de ces intervalles sera M . Si l'on dispose de N points de mesure $\tilde{\gamma}$ alors on posera $M = \mathcal{E}^-(N/K)$, avec \mathcal{E}^- la fonction partie entière, qui arrondit à l'entier inférieur le plus proche tout argument réel positif. Si l'on note la fonction **VarE**, nous donnant la variance empirique non-biaisée d'un échantillon (formule dite de Bessel, Cf. A.1.6), alors on peut obtenir un estimateur de variance du bruit de mesure ν_γ tel que :

$$\hat{\sigma}_{\gamma m}^2 = \frac{1}{L} \sum_{l=1}^L \text{VarE}(\Gamma_l). \quad (3.13)$$

Nous avons procédé à des tests empiriques en régime permanent, en prenant des intervalles de $K = 500$ points en ayant vérifié au préalable leur pertinence essayant plusieurs longueurs possibles. La table 3.1 rassemble les résultats obtenus sur un panel de six acquisitions, avec six couples maître/esclave différents, chacune des stations UWB utilisées ayant un numéro distinct.

Tableau 3.1 Résultats d'estimation de variance de bruit de mesure pour le *skew*.

| Couple Maître/Esclave | 11/4 | 10/9 | 1/3 | 7/8 | 1/6 | 11/12 |
|---|--------|--------|--------|--------|--------|--------|
| Estimé écart-type $\hat{\sigma}_{\gamma m}$ [ppm] | 0.1670 | 0.1912 | 0.1721 | 0.1730 | 0.1748 | 0.1736 |
| Nombre de points N | 3705 | 25462 | 22627 | 4053 | 8889 | 48955 |

Détermination des ordres de grandeur du bruit d'état

Estimateur récursif : On reprend l'équation (3.6) pour γ , nous avons le système suivant :

$$\begin{cases} \gamma(k) = \gamma(k-1) + \omega_\gamma(k) \\ \tilde{\gamma}(k) = \gamma(k) + \nu_\gamma(k) \end{cases} \quad (3.14)$$

Nous pouvons combiner ces équations en la quantité observable :

$$\tilde{\gamma}(k) - \tilde{\gamma}(k-1) = -\nu_\gamma(k) + \nu_\gamma(k-1) + \omega(k).$$

Supposons que les variables aléatoires soient pour tout k entier positif non-corrélées entre elles et à tirage indépendant :

$$\nu_\gamma(k) \perp \omega_\gamma(k) \text{ et } \nu_\gamma(k) \perp \nu_\gamma(k-1).$$

Nous calculons la variance de la quantité précédente comme suit :

$$\mathbb{V}[\tilde{\gamma}(k) - \tilde{\gamma}(k-1)] = 2\sigma_{\gamma_m}^2 + h_k\sigma_\gamma^2.$$

Si on introduit le vecteur $\Gamma_d = [\tilde{\gamma}_2 - \tilde{\gamma}_1 \quad \dots \quad \tilde{\gamma}_N - \tilde{\gamma}_{N-1}]^T$ qui englobe les différences de mesures de décalage fréquentiel, alors on peut créer l'estimateur de variance suivant :

$$\hat{\sigma}_{\gamma,0}^2 = \frac{\text{varE}(\Gamma_d) - 2\sigma_{\gamma_m}^2}{h_k}. \quad (3.15)$$

Lisseur de Kalman : À l'aide des estimés de variance des bruits de mesures donnés par (3.13) et d'un estimé initial du bruit d'état donné par (3.15), nous pouvons utiliser un lisseur de Kalman dans le but de nous donner une estimation des états γ_k débruités (Rauch et al., 1965).

- **Filtre de Kalman en amont :** Nous supposons que nos estimés initiaux valent :

$$\hat{\gamma}(0) := \frac{1}{M} \sum_{i=0}^{M-1} \tilde{\gamma}(k) \quad p_a(0) := q_a := \hat{\sigma}_{\gamma,0}^2 \quad r := \hat{\sigma}_{\gamma_m}^2$$

Nous avons pris en pratique une fenêtre initiale de $M = 100$. Les équations de ce filtre sont donc, appuyées sur le modèle d'évolution présenté en (3.14) :

$$\begin{aligned} \hat{\gamma}_a(k|k-1) &= \hat{\gamma}_a(k-1) \\ p_a(k|k-1) &= p_a(k-1) + q_a \\ k_a(k) &= p_a(k|k-1)[p_a(k|k-1) + r]^{-1} \\ \hat{\gamma}_a(k) &= \hat{\gamma}_a(k|k-1) + k_a(k)[\tilde{\gamma}(k) - \hat{\gamma}_a(k|k-1)] \\ p_a(k) &= (1 - k_a(k))p_a(k|k-1) \end{aligned}$$

- **Lisseur** : Une fois la série de donnée passée à travers le filtre précédent, on peut mettre en place le lisseur à proprement parler en appliquant l'initialisation suivante :

$$\hat{\gamma}_l(N) = \hat{\gamma}_a(N) \quad p_l(N) = p_a(N)$$

Et la récursion à rebours suivante :

$$\begin{aligned} k_l(k) &= p_a(k)p_a^{-1}(k+1) \\ p_l(k) &= p_a(k) - k_l^2(k)[p_a(k+1|k) - p_l(k+1)] \\ \hat{\gamma}(k) &= \hat{\gamma}_a(k) + k_l(k)[x_l(k+1) - x_a(k+1|k)] \end{aligned}$$

Nous pouvons voir les effets des étapes successives pour un exemple à la figure 3.7.

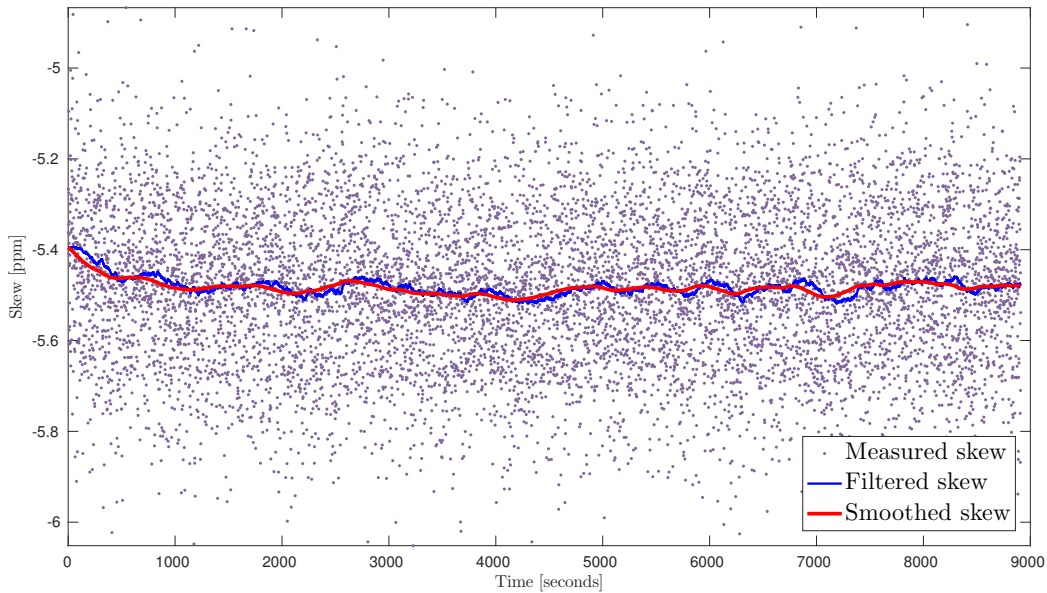


Figure 3.7 Estimé $\hat{\gamma}_l$, filtrage et mesures.

Ainsi, si on filtre $\tilde{\gamma}(k)$ on peut maintenant supposer que les effets du bruit de mesure sont négligeables, c'est-à-dire que l'on admet l'hypothèse :

$$\hat{\gamma}_l(k) := \gamma(k).$$

On suppose le bruit de mesure négligeable ν_γ après filtrage, (3.15). Sous cette hypothèse on

peut extraire le bruit de modèle ω_γ en construisant le vecteur :

$$\mathbf{\Gamma}_d^l = [\hat{\gamma}_l(2) - \hat{\gamma}_l(1) \dots \hat{\gamma}_l(N) - \hat{\gamma}_l(N-1)].$$

Ensuite, on peut obtenir un estimé de la densité spectrale de puissance de ω_γ en appliquant la formule suivante :

$$\hat{\sigma}_\gamma^2 := \frac{\text{varE}(\mathbf{\Gamma}_d^l)}{h_k}.$$

Tableau 3.2 Résultats d'estimation de variance de bruit d'état pour le *skew*.

| Couple Maître/Esclave | 10/9 | 1/3 | 1/6 | 11/12 |
|---|--------|--------|--------|---------|
| Écart-type estimé $\hat{\sigma}_\gamma$ [10^{-3} ppm/s] | 0.2288 | 0.0464 | 0.0643 | 0.0608 |
| Longueur de l'intervalle de confiance à 95 % [10^{-4} ppm/s] | 0.2310 | 0.0765 | 0.1014 | 0.0299 |
| Moyenne de l'estimé $\hat{\omega}_\gamma$ [10^{-4} ppm/s] | 0.0989 | 0.0078 | 0.0167 | -0.0023 |
| Nombre de points | 24462 | 21627 | 7889 | 47955 |

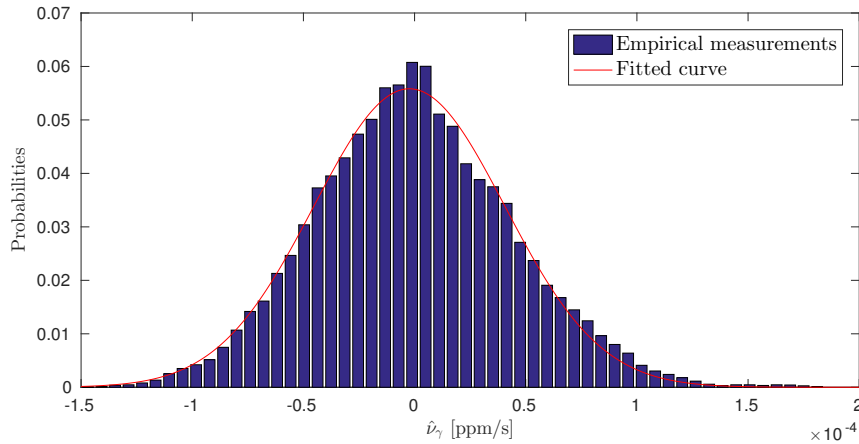


Figure 3.8 Exemple de distribution obtenue (couple 11/12).

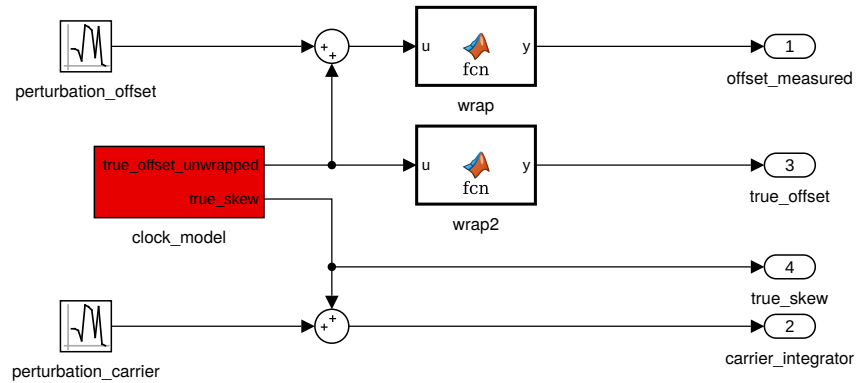
Un exemple de distribution du bruit résiduel ω_γ est visible à la figure 3.8. Ce profil de bruit obtenu nous renseigne sur les ordres de grandeur que prend le bruit sur le décalage fréquentiel, les caractéristiques des distributions obtenues pour plusieurs acquisitions sont résumées au sein du tableau 3.2.

Nous remarquons que les écart-types obtenus peuvent varier suivant les couples Maître/Esclave et également suivant les états thermodynamiques des agents. Notre travail se résume à quantifier l'ordre de grandeur de ce bruit de modèle afin de faciliter le réglage de l'estimateur de Kalman pour la synchronisation par la suite.

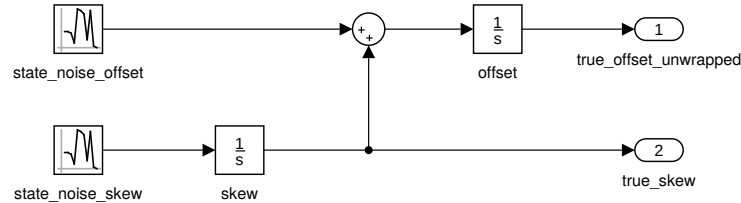
3.5 Simulation du procédé de synchronisation

3.5.1 Modélisation du phénomène de dérive

Nous avons utilisé la suite logicielle **Matlab** et l'environnement de simulation **Simulink** à des fins de simulation du phénomène de dérive d'horloge. Nous proposons une simulation du phénomène à l'aide du schéma-blocs présenté à la figure 3.9 afin d'effectuer nos premiers réglages avant implémentation.



(a) Modèle d'horloge bruité et simulant les effets de *wrapping*.



(b) Modèle de dérive de l'horloge.

Figure 3.9 Bloc utilisé **Simulink** pour la simulation du phénomène de dérive.

Le phénomène est simulé avec deux conditions initiales sur les états $\delta(0)$ et $\gamma(0)$ tirées aléatoirement selon les lois uniformes présentées à la section 3.1.3. Par la suite, deux générateurs de bruit blanc gaussien centré, réglés pour fournir les densités spectrales de puissance σ_δ^2 et σ_γ^2 sont présents au sein du bloc **clock_model** représentant les deux marches aléatoires de notre modèle. Ces signaux sont intégrés suivant les équations (3.5). Le bloc permet par la suite l'exportation des données de l'état ainsi que des mesures simulées par l'adjonction de deux bruits blancs gaussiens centrés. Ces deux derniers, possèdent des densités spectrales de puissances égales à $\sigma_{\delta m}^2 f_s$ pour ν_δ et $\sigma_{\gamma m}^2 f_s$ pour ν_γ où f_s est la fréquence de simulation de notre modèle.

Nous avons inclus dans notre modèle la simulation du phénomène de réinitialisation des registres, appelé en anglais *wrapping* (voir la figure 3.9a) qui est dû à la quantification des temps d’horloges dans des variables typées représentant des entiers. Ceci engendre quelques subtilités dans l’implémentation et notamment un phénomène de périodisation dû à l’arithmétique des opérations d’incrément pour des données de type entier. En raison de ceci, des sauts brusques sporadiques au sein de l’état de décalage temporel sont observables. Notre souci est donc d’en limiter les impacts. L’explication complète du phénomène de réinitialisation ainsi que nos dispositions entreprises pour en limiter les effets sont rapportées dans l’annexe B.

3.5.2 Exemple démonstratif

Nous illustrons ici un résultat de simulation obtenu pour un exemple d’utilisation particulière de notre dispositif maître-esclave. Notre but sera ici de montrer au lecteur l’utilisation de notre modèle en ligne de vue directe (*Line Of Sight*) (LOS) et le réglage du filtre de Kalman dans un cas typique. Le réglage sera par la suite implémenté sur des dispositifs munis de modules UWB.

Paramétrage du simulateur

Afin de simuler le processus de dérive d’horloge nous utiliserons les écart-types dans la table 3.3. Les valeurs des variances des bruits blancs entachant le modèle de dérive de cristal sont issues de moyennes pondérées des résultats des acquisitions discutés à la section 3.4. De même pour les valeurs des variances des mesures $\tilde{\gamma}$.

Tableau 3.3 Valeurs des écart-types usitées pour la simulation.

| σ_δ | $\sigma_{\delta m}$ | σ_γ | $\sigma_{\gamma m}$ |
|-------------------------|-------------------------|---------------------------|---------------------------|
| $3 \times 10^{-9}[s/s]$ | $0.5 \times 10^{-9}[s]$ | $8 \times 10^{-9}[S.D/s]$ | $1.7 \times 10^{-7}[S.D]$ |

Dans le tableau 3.3, $[S.D]$. signifie qu’une valeur est sans dimension.

Nous nous plaçons dans un cas où les deux modules seraient en ligne de vue directe et sans réflexions multiples. Le bruit des mesures de décalage temporel $\tilde{\delta}$ est donc dû exclusivement aux erreurs de détection de l’algorithme de détermination de dates d’arrivée (LDE). Nous connaissons l’ordre de grandeur de variances typiques de mesures de distances pour des procédés de localisation active de TWR à trois messages (Mai et al., 2018). Notons la similitude entre l’équation (2.3) d’estimation de temps de vol de ces estimateurs et notre équation de mesure (3.8). On supposera donc que l’ordre de grandeur des erreurs de détermination des

dates temporelles est le même que dans notre cas. Dans le cadre de cette simulation, nous prendrons le cas typique (Decawave, 2017a) de 15 cm de variance pour le bruit de mesure qui correspond environ à une demi-nanoseconde en variance temporelle pour le bruit ν_δ .

Nous noterons également que nous faisons subir une dégradation du modèle en offset de l'ordre de 3 nanosecondes par seconde.

Ce coefficient a été introduit pour modéliser une dégradation du modèle d'incrément du compteur, et a été réglé dans le but de tester la robustesse de notre méthode d'estimation.

Notons également que notre modèle ne comprend pas de variation des temps λ_1^S entre les dates R_1^S et T_2^S et de fréquence f_t entre deux transactions de synchronisation. Nous nous appuyons sur des constatations pratiques, consignées dans la section annexe B.3 du mémoire, qui mènent à justifier ce caractère constant.

Afin de tester si notre protocole fonctionne, nous tentons de synchroniser deux balises à une période de transaction $h_k = 1$ s, qui est une durée de transaction relativement élevée. Nous rappelons que le cristal dérive de quelques *ppm* en une seconde, résultant en des incréments de décalage temporel de l'ordre de la microseconde, synchronisation inconvenable pour notre objectif. Nous traquerons ainsi l'offset sur une période d'une durée de près d'une heure afin de tester notre algorithme. Sur cette durée, nous faisons en sorte qu'advienne une réinitialisation au niveau du décalage temporel (*wrapping*) afin d'effectuer un réglage efficient de notre estimateur pour rejeter ce phénomène néfaste.

Réglages du filtre de Kalman entrepris

Afin de régler efficacement le filtre de Kalman, nous décidons de fixer la matrice de covariances en accord avec notre modélisation.

$$\mathbf{R} = \begin{bmatrix} (S\sigma_{\delta m})^2 & 0 \\ 0 & (S\sigma_{\gamma m})^2 \end{bmatrix}.$$

Nous appliquons un facteur d'échelle $S = 10^6$, afin de garder les coefficients des diverses matrices dans un ordre de grandeur adéquat pour l'implémentation. En effet, les valeurs caractéristiques des variances sont ici le carré de nombres dont l'ordre de grandeur est faible, voir le tableau 3.3.

En ce qui concerne les bruits d'état, nous avons employé une stratégie de réglage visant à réduire les effets de la réinitialisation du décalage temporel (*wrapping*), qui devient discontinu lors de son occurrence. Pour ce faire, nous devons réduire la latence de l'estimation sur l'état

δ .

Nous avons donc conservé un ordre de grandeur similaire au modèle du tableau 3.3 pour la densité spectrale de puissance σ_γ^2 associée au bruit de modèle sur le décalage fréquentiel dans la matrice \mathbf{Q} de notre filtre de Kalman. Nous avons ainsi fixé $\sigma_\gamma^2 := (S \times 2.2 \times 10^{-8})^2$.

Puis, nous avons augmenté graduellement la valeur de la densité spectrale de puissance σ_δ^2 , pour le décalage fréquentiel. Nous avons répété ceci jusqu'à atteindre l'élimination des effets indésirables autour du point de réinitialisation, visible à la figure 3.10 autour de $t = 600s$. Le réglage $\sigma_\delta^2 := (S \times 2.0 \times 10^{-6})^2$ a été conservé car il permet d'estomper les erreurs dues à la réinitialisation du décalage temporel tout en ayant une erreur moyenne d'estimation en dessous de la nanoseconde, voir la figure 3.12.

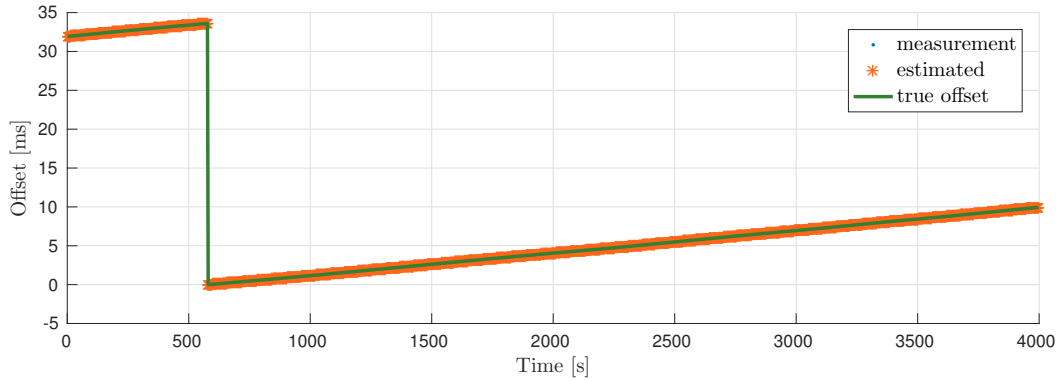


Figure 3.10 Simulation et filtrage du décalage temporel.

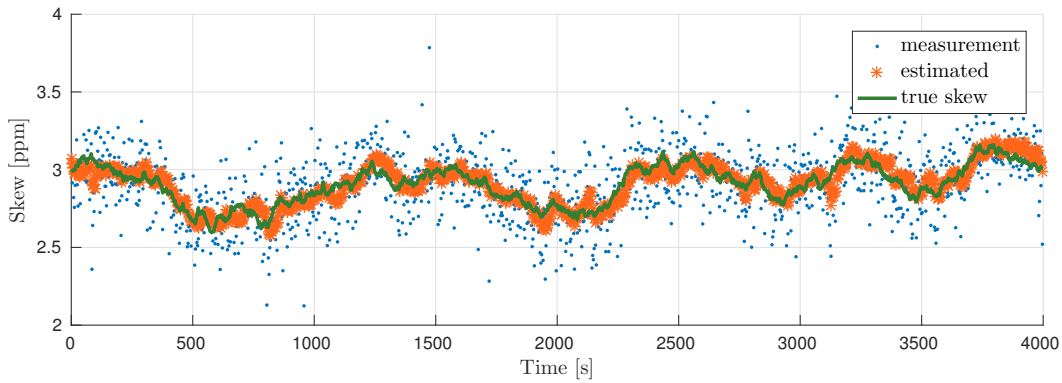


Figure 3.11 Simulation et filtrage du décalage fréquentiel.

Le filtrage du décalage fréquentiel est comme voulu une sorte de lissage des mesures $\tilde{\gamma}$ (voir figure 3.12). Nous avons légèrement majoré la valeur de la variance σ_γ^2 dans notre réglage de

l'estimateur de Kalman afin de permettre en pratique une traque plus rapide de ce dernier. Nous rappelons que de fortes fluctuations transitoires peuvent avoir lieu lorsque le cristal est à froid, voir section 3.4. Dans cette simulation en particulier, nous aurions pu égaliser ce paramètre avec la densité spectrale de puissance du simulateur. Ceci aurait garanti un meilleur suivi de γ car notre simulateur ne prend pas en compte les effets transitoires. Nous gardons ce réglage en veillant à ce qu'il ne détériore pas de manière significative les performances de notre estimateur.

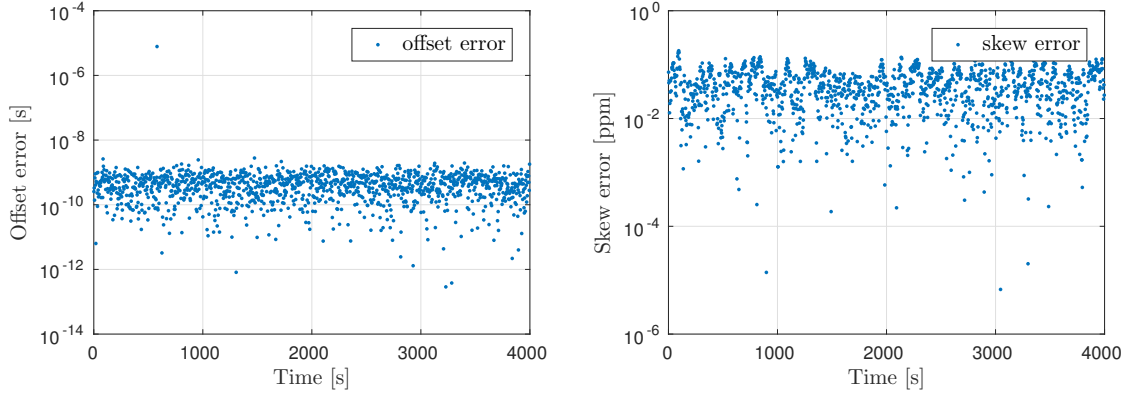


Figure 3.12 Erreurs estimés/ états simulés.

De plus, nous pouvons regarder les erreurs d'estimations qui sont visibles à la figure 3.12. On peut constater également que l'écart simulé sur les estimés d'offset possède une variance empirique de 0.2 ns . Cette mesure, directement reliée à la précision des rayons que donnera en définitive notre réseau de stations de base nous donne une précision de 6 cm sur les rayons si la distance d entre les objets considérés demeure fixe. L'estimation du décalage temporel reste précise à environ 0.1 ppm près ce qui semble convenable. Notre estimateur ainsi que son paramétrage peuvent désormais être testés sur du matériel physique.

3.6 Implémentation du protocole de synchronisation

Nous abordons ici une mise en œuvre des précédents développements sur du matériel UWB standard. Nous appliquerons le protocole de synchronisation élaboré au long de ce chapitre en vue de valider notre approche en utilisant les réglages effectués en 3.5.

3.6.1 Évaluation de la qualité de la synchronisation

En pratique, nous ne pouvons pas mesurer l'erreur en termes de synchronisation, faute d'un système supervisant les deux horloges M et S . Notre approche tendra à estimer la distance

entre deux stations en se basant sur un estimateur TOF.

Les deux stations M et S sont immobiles et distantes de d que nous connaissons. Ces dernières s'échangent des messages de synchronisation suivant le protocole expliqué en 3.2. Nous supposons que S dispose en tout temps t^S des estimés des états de dérive d'horloge afin de fournir des estimés des temps correspondants \hat{t}^M . On peut donc construire un estimateur de distance basé sur le temps de vol en écrivant :

$$\hat{d} = c \left[R_2^M - \hat{T}_2^M \right]. \quad (3.16)$$

Afin d'obtenir \hat{T}_2^M , nous pourrions appliquer la relation (3.12) qui nous donne l'estimé suivant :

$$\hat{T}_2^M = T_2^S - \hat{\delta} - \frac{\tilde{\lambda}_1^S}{2} \hat{\gamma}.$$

L'erreur de synchronisation sera donc fonction de la quantité $\epsilon_d = \hat{d} - d$. Nous notons que selon notre modèle, l'erreur de synchronisation ϵ_δ faite sur l'état de décalage temporel vaut $\epsilon_\delta = c^{-1}\epsilon_d$ mais nous constaterons dans les sections suivantes des écarts en pratique qui sont des conséquences de nos hypothèses simplificatrices.

3.6.2 Matériel utilisé pour le test

Notre implémentation a été mise en sur des cartes spécifiques conçues au sein du laboratoire MRASL (*Mobile Robotics and Autonomous Systems Laboratory*) de Polytechnique Montréal.

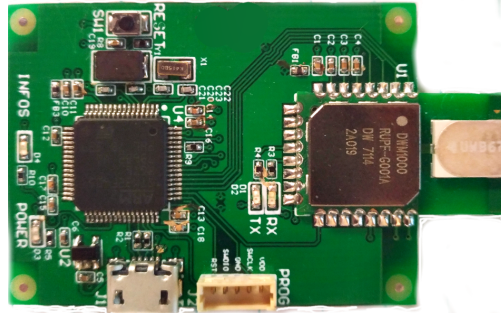


Figure 3.13 Vue d'une carte UWB conçue au MRASL de Polytechnique Montréal.

Les cartes, dont un exemplaire est visible à la figure 3.13, sont pourvues d'un microcontrôleur 32 bits **STM32F405** ©. Ces unités utilisent une architecture **ARM Cortex M4** ©, ayant une fréquence d'horloge de 168 MHz et 512 Ko de mémoire vive . Ce dernier est le lieu où se déroule l'exécution du code-source **C**. Ceci permet d'effectuer les calculs des estimations de

Kalman mais aussi de gérer les diverses étapes du protocole de synchronisation à l'aide de machines à états qui seront spécifiées au chapitre 4.

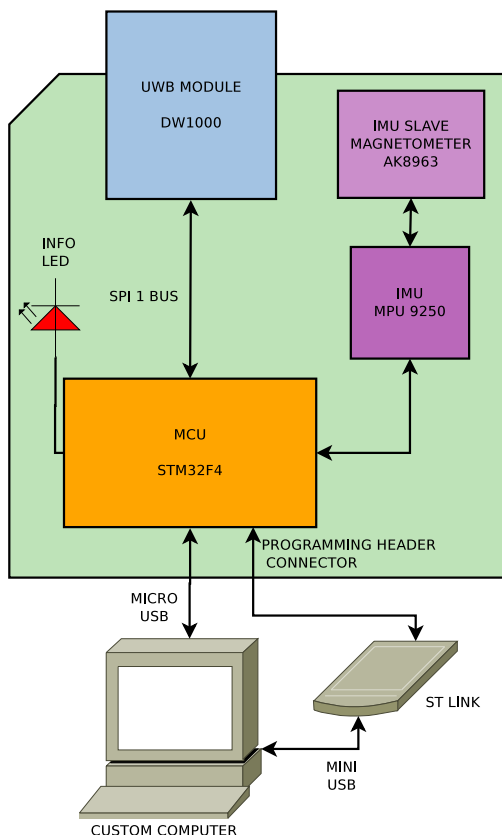


Figure 3.14 Architecture matérielle au sein de la carte.

Le module DW1000 est connecté au microcontrôleur par un bus SPI, permettant à ce dernier d'effectuer des requêtes au sein des registres du module UWB. Est également connectée une station inertielle MPU9250 qui est elle-même munie d'un magnétomètre subordonné AK8963 par un bus I2C. Le microcontrôleur peut envoyer des données au PC à l'aide d'un port USB. Un connecteur de programmation permet à l'aide d'une carte de programmation spécialisée de téléverser un code-source en binaire. Le schéma 3.14 résume l'architecture matérielle présentée.

En ce qui concerne le code-source, nous avons utilisé un environnement de développement et de programmation développé à partir du logiciel libre GNU Eclipse (Noviello, 2017). Notre développement se base sur les bibliothèques d'interfaçages fournies avec le microcontrôleur regroupées en ce que l'on appelle une couche d'abstraction logique (*Hardware Abstraction Layer*). Un système d'exploitation embarqué basique, FreeRTOS © afin de cadencer les différentes tâches fut utilisés. Enfin, nos machines à états, qui sont des tâches exécutées

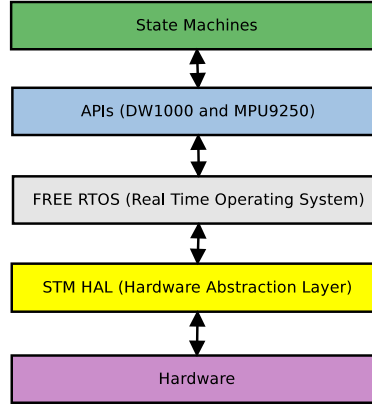


Figure 3.15 Architecture logicielle du programme UWB.

au sein du système d’exploitation, s’appuient quant à elles sur la bibliothèque d’interfaçage (API) du DW1000 fournie par son fabricant. Cette architecture logicielle est résumée à la figure 3.15.

3.6.3 Implémentation des estimateurs et résultats

En premier lieu, nous avons implémenté avec des variances identiques à celles présentées au tableau 3.3. Nous avons mené tout d’abord des tests de filtrage afin de valider le comportement des estimés surtout en présence de variations brutes, comme par exemple la réinitialisation des variables entières discutée en section 3.5.

Nous présentons dans les lignes qui suivent une acquisition d’environ cent-soixante-dix minutes, avec la même période de transaction de synchronisation $h_k = 1$ s que les simulations entreprises ci-dessus. Notre acquisition est volontairement longue afin de tester l’efficacité de notre synchronisation dans la durée. Nous voulons également observer au moins une réinitialisation de la mesure de décalage temporel, qui advient une fois toutes les deux heures environ dans notre cas dépendant de l’ordre de grandeur du décalage fréquentiel.

En observant la figure 3.16, on remarque que le décalage temporel effectue un saut dû à la réinitialisation de sa valeur, il s’agit du phénomène de réinitialisation (*wrapping*) évoqué en annexe B. On peut également remarquer que l’estimé semble suivre le saut et converger sur la mesure ainsi décalée, ce qui est l’objectif escompté. Du côté de l’estimation du décalage fréquentiel, nous remarquons que l’estimé suit la moyenne de $\tilde{\gamma}$ ce qui est ce que nous avons prévu dans nos réglages en section 3.5.

Nous avons également implémenté l’estimateur de distance \hat{d} décrit à l’équation (3.16) dont les mesures sont présentées à la figure 3.17. Nous remarquons que le processus de synchronisation

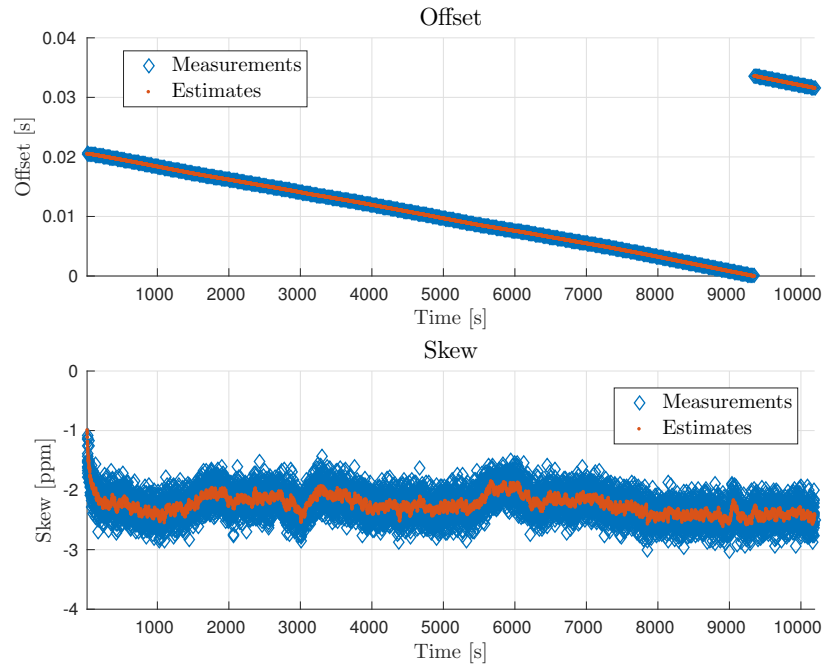


Figure 3.16 États $\mathbf{d}(k)$ mesurés et estimés.

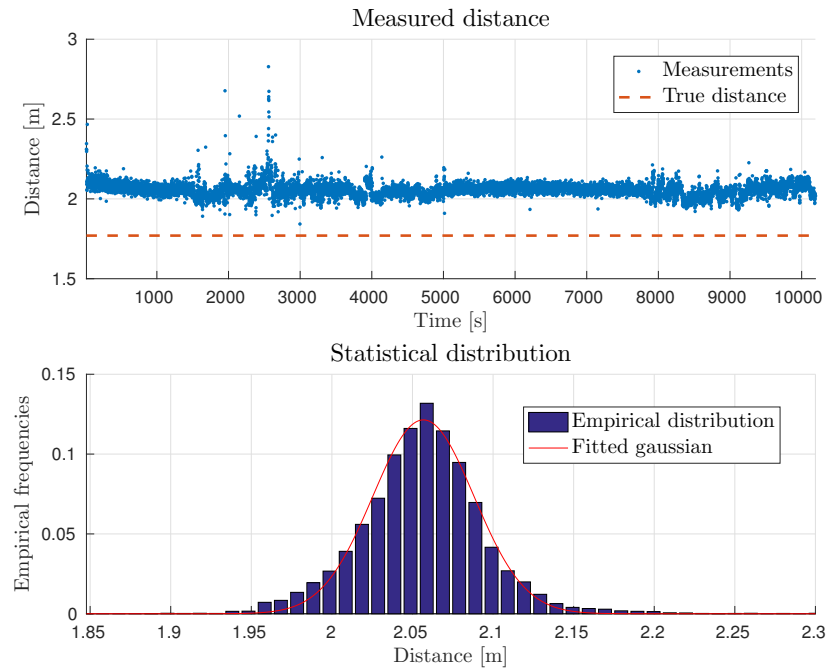


Figure 3.17 Visualisation de l'acquisition des pseudo-rayons et distribution empirique de ces derniers.

est efficace puisque l'estimé de distance ne semble pas diverger. Son écart-type est de l'ordre de $\sigma_d = 3.027$ cm ce qui correspond à un écart-type temporel de $\sigma_d = 0.101$ ns si on convertit en TOF la métrique. De plus, les effets de la réinitialisation de la mesure de décalage temporel semblent avoir correctement été résorbés par notre estimateur.

Toutefois, nous remarquons plusieurs phénomènes perturbateurs au sein de notre acquisition, qui ont été constatés également sur d'autres tests. En premier lieu, nous pouvons remarquer des zones où l'estimé de distance semble perturbé. Le phénomène s'explique par le passage d'objets et de personnes entre l'esclave et le maître. Cette acquisition, démonstrative, met en exergue une des principales limites de notre dispositif, la robustesse aux problématiques d'occlusion (NLOS).

Nous remarquons également un biais dans la mesure, ce biais est constaté expérimentalement sur tous les couples maître/esclave. Il s'agit d'une des conséquences de l'approximation décrite par l'équation (3.9), qui considère une symétrie entre les temps de traitement et de transmission. Une calibration pour chaque esclave d'un réseau \mathcal{S} sera à effectuer.

En connaissance de ces deux limitations majeures, nous nous devons d'étudier les sources d'erreurs dans la propagation des ondes UWB engendrant des écarts dans la détermination de leur temps d'arrivée dans le but de déployer un réseau de tags \mathcal{S} synchrones. Nous proposerons donc une solution à cette problématique dans le chapitre qui suit, abordant des principes au-delà du seul problème de synchronisation.

CHAPITRE 4 PROTOCOLE DE LOCALISATION ET DE SYNCHRONISATION SIMULTANÉE

« L’espace. Étant donné un mur, que se passe t-il derrière ? »

– Jean Tardieu (1903-1995)

Dans ce chapitre, nous proposons un protocole de synchronisation pour un réseau d’ancres \mathcal{S} . Ce protocole diffère de celui du chapitre 3 car il intègre des messages à destination des tags contenant des dates synchrones estimées après filtrage de Kalman. Afin d’effectuer un déploiement efficient du réseau \mathcal{S} , nous y analysons les différentes sources d’erreurs advenant dans la propagation des signaux UWB. Nous proposons par la suite une méthodologie de placement des ancres et des correctifs logiciels afin de rendre notre système robuste à ces facteurs d’erreur. Nous validons par l’implémentation d’un modèle cinématique générique ce protocole pour des *scenarii* en champ libre (LOS), puis en environnement occlusif (NLOS) pour des tags embarqués sur deux types de robots. Nous proposons par la suite un algorithme de fusion de données provenant du réseau d’ancres \mathcal{S} , de capteurs inertiels et d’odométrie.

4.1 Caractérisation des sources d’erreurs pour les signaux UWB

Dans cette section, nous analysons les causes physiques des différentes erreurs sur les mesures de temps de vol. En effet, un temps de réception évalué de manière erronée ou ne respectant pas l’hypothèse de propagation rectiligne engendrera une mesure de distance faussée *in fine* au sein du tag. Les deux premiers points de cette section traiteront de problèmes de propagation que nous supposerons comme étant purement dépendants du trajet des ondes, engendrant des erreurs au sein des pseudo-rayons. Par la suite, on traitera de cas inhérents au problème de synchronisation dans le réseau, pouvant avoir un impact considérable dans la précision des mesures de TOF.

4.1.1 Occultation

Connu dans la littérature comme *Non Line Of Sight* (NLOS) (Sahinoglu et al., 2008), ce type d’erreurs est caractérisé par l’ajout d’un biais positif aux mesures de temps d’arrivée. Ceci est dû au fait que la propagation des ondes est perturbée par l’apparition d’un obstacle : soit par le fait que l’onde le contourne, augmentant par conséquent la distance (resp. le TOF)

que va parcourir l'onde, soit par le fait que l'onde pénètre dans un milieu solide, où les ondes radioélectriques sont ralenties par rapport à une propagation en libre champ.

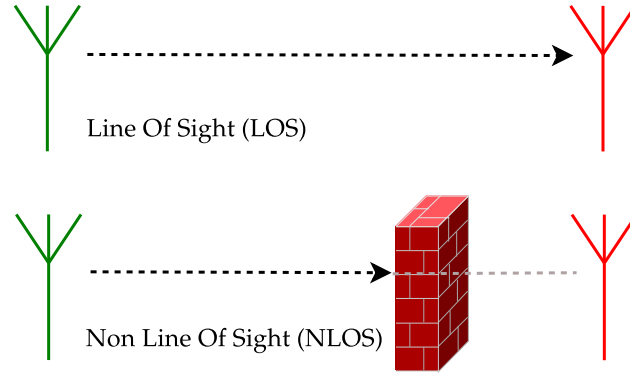


Figure 4.1 Illustration du phénomène d'occultation.

On modélisera ce phénomène, illustré à la figure 4.1 par une variable aléatoire $b > 0$. Nous ne pouvons pas présupposer d'une distribution générale pour cette loi qui est due à la nature de l'obstacle et à la géométrie du terrain sur lequel sont situés les deux modules UWB. Cependant, on pourra remarquer que la puissance du signal reçue sera atténuée par l'obstacle, ce qui peut être une manière de détecter ce biais.

4.1.2 Réflexions multiples

Les réflexions multiples (*multipath*) sont également une source d'erreurs prééminente au sein de notre réseau. Il s'agit d'une prise en compte aberrante d'un message provenant d'un chemin indirect par l'algorithme de détection de temps d'arrivée (LDE). Cet algorithme étant essentiellement basé sur des fonctions de corrélation, il est tributaire de la puissance du signal (Sharp et al., 2009). De ce fait, on peut observer des erreurs si les puissances des signaux indirects sont suffisamment fortes. En contraste avec le phénomène d'occlusion, des réflexions multiples peuvent avoir lieu en l'absence totale d'obstacles masquant la ligne de vue directe entre deux modules.

Les chemins indirects sont engendrés par des réflexions des signaux ultra-large bande sur des matériaux présents à proximité des stations, le phénomène est illustré à la figure 4.2. De plus, la possibilité de réflexion est majorée par le caractère métallique des surfaces réfléchissantes, nous avons également observé que les murs ou les sols des volières où se sont déroulées nos expériences pouvaient générer un tel phénomène. La présence d'armatures métalliques au sein du béton desdites structures peut être un facteur adjuvant au phénomène de réflexions multiples.

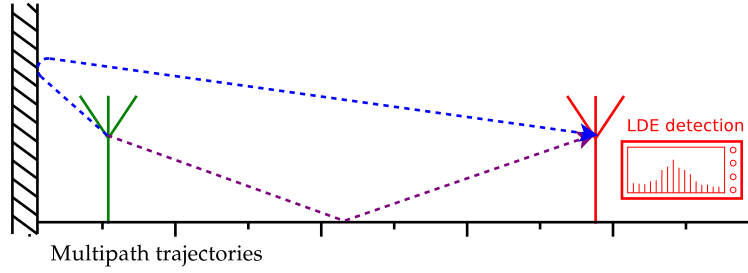


Figure 4.2 Illustration du phénomène de réflexions multiples.

En pratique, on peut observer des mesures perturbées telles que celles de la figure 4.3. Cet essai a été effectué entre deux modules UWB distants de d , qui est représentée par la ligne en pointillé orange, utilisant l'estimateur décrit en 3.6.1. Nous remarquons le caractère aléatoire des effets de réflexions, tributaires de la puissance reçue pour un trajet donné qui est exploitée par l'algorithme LDE qui détecte la date d'arrivée des paquets. Nous supposons que ces réflexions engendrent un biais aléatoire μ . Ce dernier peut être positif en raison de l'allongement de la distance, ou même négatif, en raison de phénomènes d'interférences (Braasch, 1996).

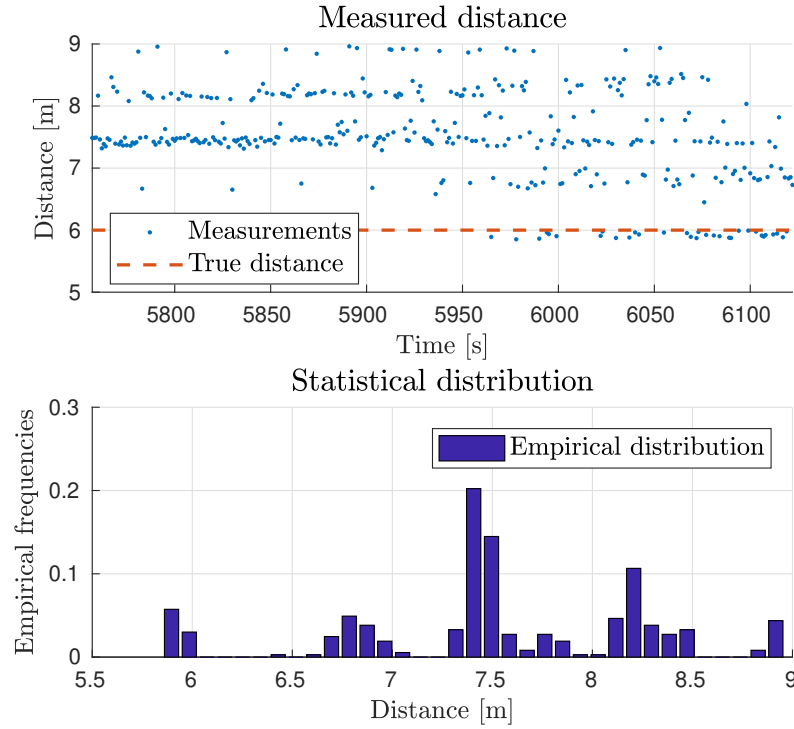


Figure 4.3 Réflexions multiples mesurées en pratique.

L'expérience que nous pouvons observer à la figure 4.3, est une estimation de distance entre une station maître et esclave similaire à celle exposée à la figure 3.17 de la section 3.6.3. L'unique différence réside dans la disposition des deux modules UWB : ici, nous les avons placés tous deux à une vingtaine de centimètres au dessus du sol (surface réfléchive). Ces derniers étant distants de six mètres, cela engendre des erreurs dans la détermination des temps d'arrivée des paquets UWB par l'algorithme LDE.

4.1.3 Conséquences de la stratégie de réglage pour la synchronisation et erreurs engendrées

Nous avons vu au chapitre 3 que des erreurs de synchronisation, même de l'ordre de la nanoseconde, peuvent engendrer des répercussions au sein du système de positionnement. Nous avons donc à résoudre en tout temps le dilemme entre rapidité de mise à jour des variables de dérive et rejet d'écarts importants sporadiques (*outliers*). Notre stratégie de synchronisation privilégie plutôt le suivi rapide du phénomène dans notre approche afin d'obtenir une grande fréquence de rafraîchissement au sein du réseau. Ces valeurs aberrantes, représentées par la variable aléatoire M_{synch} , sont obtenues notamment lors d'erreurs de transmission ou d'un phénomène de réinitialisation de l'état δ (*wrapping*). Sporadiquement, on peut donc obtenir des fluctuations de mesure de pseudo-rayons supérieures à ce qui est envisageable mais un taux conséquent de rafraîchissement peut permettre de distinguer et rejeter ces mesures incohérentes par prédiction.

Dans notre procédé de synchronisation, l'hypothèse faite en (3.8) engendre nécessairement une erreur systématique suivant la station considérée. En effet, les temps de traitement des dates temporelles peuvent différer, les approximations faites aux équations peuvent être erronées du fait d'une asymétrie entre les temps de traitement à l'émission et à la réception, que nous avons évoquée en 3.2.2.

En résultent des biais systématiques en pratique dépendant de chacun des couples considérés. Pour une paire d'horloges données i, j on notera ce biais b_i^j . En pratique, nous avons pu le supposer constant pour chacun des couples esclave/maître du réseau d'ancres \mathcal{S} , l'estimant une fois et le soustrayant pour le restant de nos mesures. Nous reviendrons sur ce point par la suite au sein de la section 4.3.3.

Outre ces mesures aberrantes, le restant des erreurs de synchronisation et des erreurs de détection du LDE se retrouve dans la variance du bruit des mesures de pseudo-rayons ν_ρ , composante aléatoire.

Définition 8 :

Munis des précédentes constatations, nous supposons que chacune des mesures de pseudo-rayon $\tilde{\rho}_{A_i}^{B_j}$ entre une ancre du réseau A_i et une station UWB quelconque B_j de position \mathbf{p}_j suivra le modèle qui suit :

$$\tilde{\rho}_{A_i}^{B_j} = \|\mathbf{a}_i - \mathbf{p}_j\|_2 + c\delta_{B_j}^{\mathcal{S}} + M_{\text{synch}} + \mu + b_{\text{NLOS}} + cb_{A_i}^{B_j} + \nu_\rho. \quad (4.1)$$

Nous y trouvons les quantités précédemment introduites :

- $\|\mathbf{a}_i - \mathbf{p}_j\|_2$ distance euclidienne entre l'ancre A_i et la station B_j ;
- $\delta_{B_j}^{\mathcal{S}}$ décalage temporel entre le temps universel régnant dans le réseau d'ancres \mathcal{S} (le temps de l'ancre maître A_0) et celui régnant au sein de B_j ;
- M_{synch} bruit de valeurs aberrantes (*outliers*) de synchronisation sporadiques ;
- μ bruit dû aux multiples réflexions ;
- b_{NLOS} biais de ligne de vue indirecte ;
- $b_{A_i}^{B_j}$ biais systématique de décalage temporel pour le couple d'horloges que forment les deux agents ;
- ν_ρ bruit additif de mesure.

4.2 Protocole de localisation et de synchronisation simultanée

Cette section explique le fonctionnement de notre protocole, la mise en place du réseau \mathcal{S} ainsi que l'implémentation au sein du tag des méthodes de rejet des erreurs.

4.2.1 Description du protocole

Comme nous pouvons le constater à la figure 4.4, le protocole itère des transactions à quatre messages entre chacune des ancres du réseau \mathcal{S} . Ce protocole est cyclique, c'est-à-dire que si $|\mathcal{S}| = N$ lorsque la transaction A_0/A_{N-1} s'est achevée, la prochaine sera une nouvelle transaction A_0/A_1 . Dans les autres cas l'ancre esclave A_i pour $0 < i < N - 1$ achevant sa transaction avec le maître A_0 sera succédé par A_{i+1} .

Les quatre messages composant une transaction permettent de synchroniser une ancre esclave A_i , $i \in [1, N - 1]$ avec le maître $A_0 = M$ et d'effectuer une transmission des données au tag E . Les quatre messages sont exploités de la manière qui suit :

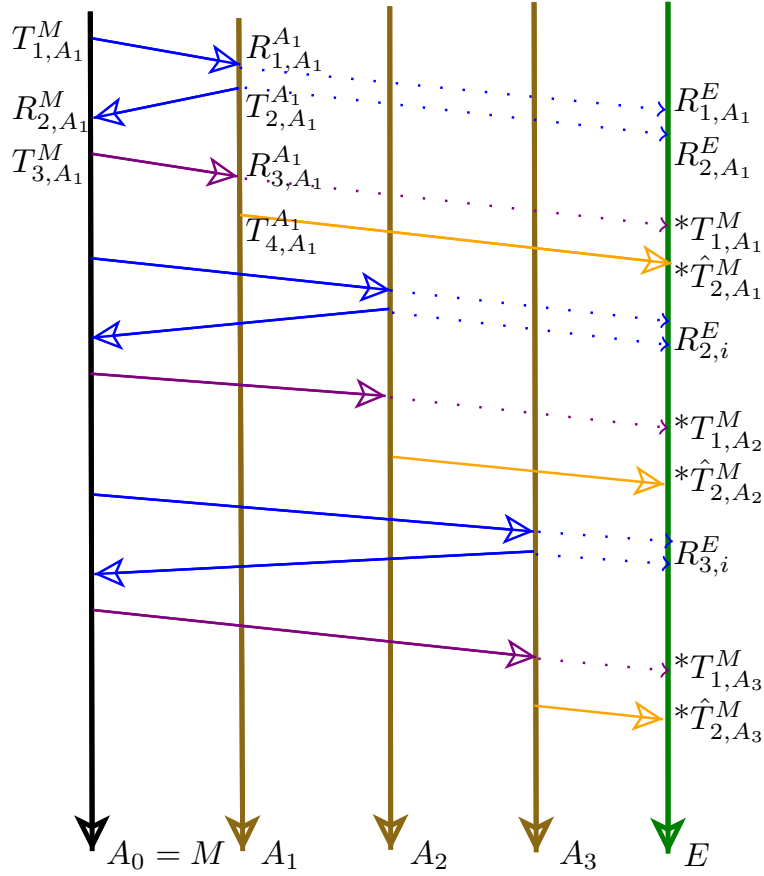


Figure 4.4 Exemple de fonctionnement du protocole avec trois ancres.

1. Le premier «Poll» est identique à celui présenté au chapitre précédent à la section 3.2, comme les deux suivants. Le maître initie la transaction et sont mesurés respectivement : le temps de transmission du message T^M_{1,A_i} au sein de M ainsi que les temps de réception du même message $R^{A_i}_{1,A_i}$ au sein de A_i et R^E_{1,A_i} au sein de E .
2. L'esclave A_i répond avec un message «Resp», grâce auquel les mesures de transmission $T^{A_i}_{2,A_i}$ au sein de l'esclave, de réception R^M_{2,A_i} au sein du maître et de réception R^E_{2,A_i} au sein du tag sont effectuées. À partir de ce point toutes les mesures ont été faites. Il ne reste plus que des étapes d'estimation à effectuer.
3. Comme on peut le constater au tableau 4.1 le message «Final» transporte les dates mesurées par le maître. L'esclave prend en compte les deux dates transmises et procède à la synchronisation par filtrage de Kalman comme présenté au chapitre 3. Simultanément, le tag prend en compte uniquement la mesure T^M_{1,A_i} qui lui permet de construire le

Tableau 4.1 Contenu des messages du protocole de synchronisation et localisation simultanée.

| Octets : | 0-1 | 2 | 3-9 | 10 | 11-12 | 13-14 | 15-18 | 19-20 |
|----------|--------|-------|------------|-----|---------------------|-------|---------------|----------|
| Poll | 0x4188 | N_f | STR__poll | i | Checksum | | | |
| Resp | 0x4188 | N_f | STR__resp | i | Checksum | | | |
| Final | 0x4188 | N_f | STR__fina | i | $T_{1,A_i}^{A_0}$ | | R_{2,A_i}^M | Checksum |
| Synch | 0x4188 | N_f | STR__synch | i | \hat{T}_{2,A_i}^M | | Checksum | |

NB : Des bits de vérification par sommation « *Checksum* » viennent compléter la fin des messages.

premier pseudo-rayon car par définition le maître ne nécessite pas de synchronisation :

$$\tilde{\rho}_E^M = c(R_{1,A_i}^E - T_{1,A_i}^M).$$

4. Le dernier message «Synch» est envoyé par l'esclave à destination du ou des tags présents dans \mathcal{G} il contient la date synchronisée \hat{T}_{2,A_i}^M estimée par le filtre de Kalman expliqué en 3.3.1, avec la correction appliquée en 3.3.2, permettant de créer le deuxième pseudo-rayon de la transaction :

$$\tilde{\rho}_E^{A_i} = c(R_{2,A_i}^E - \hat{T}_{2,A_i}^M).$$

4.2.2 Gestion des échanges au sein du réseau \mathcal{S}

Au sein du réseau \mathcal{S} , nous avons dû mettre en place un système de machines à états palliant à des erreurs de transmission de messages lors des transactions. En effet, un message peut ne pas être reçu correctement par la station destinataire ou bien être confondu par cette dernière sans précautions au préalable. Notre difficulté vient du fait que nous faisons tendre notre protocole vers des temps d'échange les plus rapides possibles, ce qui augmente le risque d'erreurs de transmission.

Les messages échangés lors de nos transactions, dont le contenu est visible au tableau 4.1 disposent de trois niveaux d'identification afin de réduire les confusions de paquets. Les messages disposent d'une chaîne de caractères inhérente à leur type dans la transaction (**poll**, **resp**, **final** ou **synch**), de l'identifiant i de la station A_i concerné ainsi que d'un compteur de trame N_f , qui vient s'incrémenter à chaque message envoyé. Si le dernier message m reçu par un agent quelconque de \mathcal{S} est tel que $N_f^M = l$ alors sa réponse r contiendra la valeur du compteur de huit bits N_f incrémentée $N_f^r = l + 1$ [28]. Cette disposition mettant en œuvre un identifiant de message permet d'éviter les confusions entre deux transactions impliquant les deux mêmes agents.

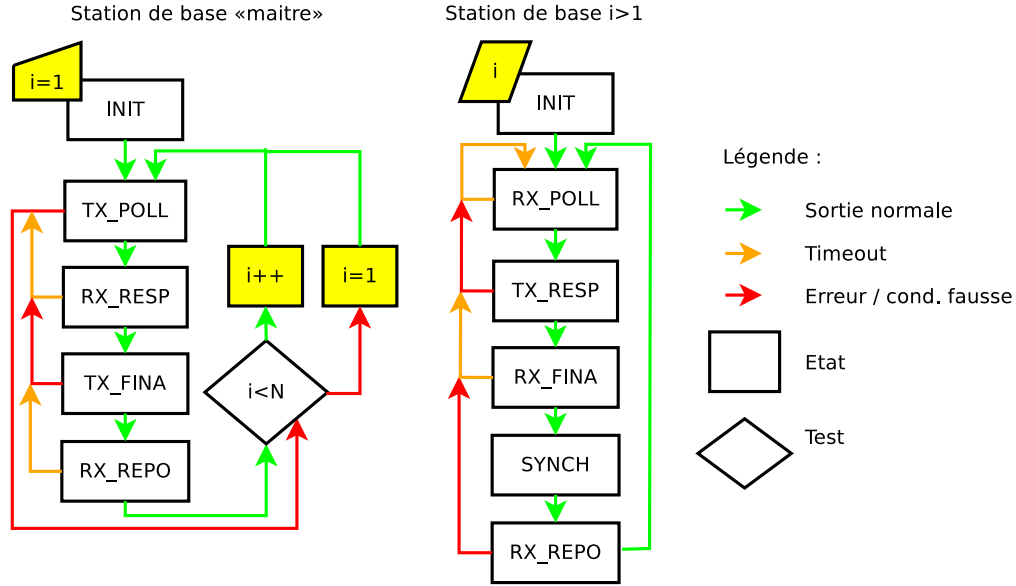


Figure 4.5 Machine à états utilisée dans les ancres.

Munies de ce dispositif, les machines à états des ancres présentées à la figure 4.5 viennent vérifier si l'identité de chacun des messages reçus est conforme à l'état prévu par le protocole. Chacune des étapes de réception, qui sont précédées par **RX** dans la figure, débute par un test sur la chaîne de caractère spécifique au type du message attendu, puis par l'identifiant i de l'esclave impliqué dans la transaction. Suit un ultime test sur N_f : les états de réception de **final**¹ et de **repo** doivent posséder deux N_f consécutifs pour être validés.

Si les messages ne sont pas conformes ou non-reçus au bout d'une durée typique à régler (*timeout*) alors la transaction est abandonnée et une erreur de réception est déclarée. Si l'erreur est déclarée au sein de l'esclave, un retour dans l'état d'attente de réception du message **poll** advient. En ce qui concerne le maître, ce dernier émet alors un message **poll** à un autre esclave, venant initier une nouvelle transaction.

Pour une erreur d'émission de message pouvant résulter de délais trop importants, le retour dans l'état **poll** se fait. Au bout d'un grand nombre d'erreurs de réception ou d'émission consécutives, une réinitialisation du module UWB, non représentée sur le diagramme, est implémentée en pratique.

L'impact de ces erreurs de transmission peut se visualiser sur l'histogramme présenté en figure 4.6. Ce dernier représente la distribution empirique de l'intervalle temporel entre deux messages du même type émanant du maître qui sont écoutés par un agent passif. L'intervalle le plus fréquent, environ 15 ms et 90% de fréquence d'apparition, est l'intervalle nominal de la

1. Indiqué par "FINA" dans la figure 4.5.

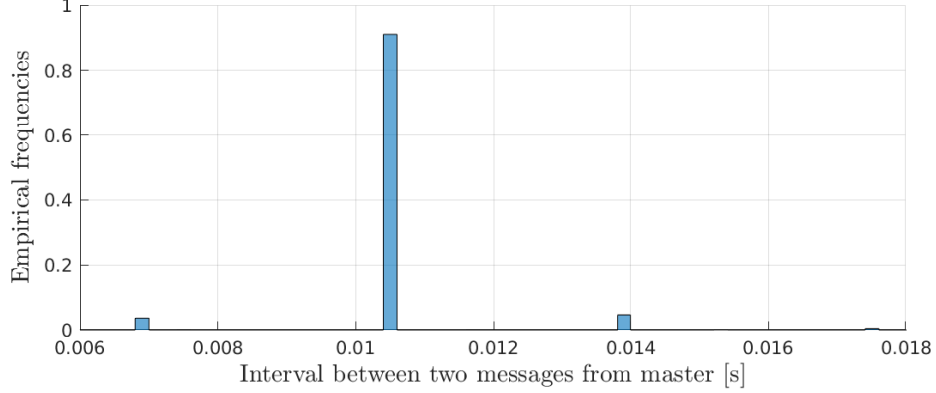


Figure 4.6 Exemple de délais entre deux messages écoutés provenant du maître.

transaction. Les autres intervalles sont dus soit à des erreurs de réception (intervalle majoré) soit à des transactions avortées du maître (intervalle minoré). Cette distribution, révélant un nombre non négligeable de transactions ayant souffert d’une erreur de transmission, tend à justifier les précautions prises dans nos machines à états. À noter que des dispositions analogues sont prises au sein des tags.

4.3 Déploiement du réseau \mathcal{S}

Nous devons dans l’application du protocole précédent déployer de manière efficace le réseau \mathcal{S} . Nous supposons que nous aurons un espace $\mathcal{O} \subset \mathcal{G}$ où les robots opéreront en pratique. Nonobstant, nous pouvons placer les ancres à tout endroit dans \mathcal{G} de manière à optimiser la précision de nos estimés de position pour des robots se trouvant dans \mathcal{O} . Les applications traitées dans ce mémoire sont exclusivement menées pour des robots terrestres, donc nous considérerons \mathcal{O} comme une section de plan telle que l’altitude $z = k \in \mathbb{R}$ soit constante puis $x \in I_x$ et $y \in I_y$ avec $I_x \subset \mathbb{R}$ et $I_y \subset \mathbb{R}$ intervalles bornant la section.

Notre première tâche sera d’introduire un critère théorique de précision des estimateurs de position de robots naviguant dans \mathcal{O} tenant compte de la topologie de notre réseau d’ancres \mathcal{S} . Par la suite, nous juxtaposons à cette métrique des considérations pratiques visant à minimiser les impacts des réflexions-multiples et NLOS au sein de notre réseau. Enfin nous introduirons une méthode de calibration des ancres de manière à estimer les biais $b_{A_0}^{A_i}$.

4.3.1 Dilution de précision horizontale

Une des métriques populaires en navigation quantifiant la précision d'estimateurs de position est la dilution de précision (*Dilution Of Precision*) (DOP) (Langley, Richard B, 1999). Afin de nous concentrer sur le problème géométrique de placement des balises, nous nous affranchissons du problème de synchronisation dans ce paragraphe. Nous nous focalisons sur des mesures de rayons entre un tag E occupant une position $\mathbf{p} \in \mathcal{O}$ et chaque membre A_i de position $\mathbf{a}_i \in \mathcal{G}$ de l'ensemble des ancres \mathcal{S} . On utilise ici d'une résolution de problème d'optimisation de moindres-carrés non-linéaires (Marti, 2008).

Définition 9 : On définit un vecteur de mesures simplifiées $\tilde{\mathbf{r}}$ qui ne prend pas en compte le problème de synchronisation et de propagation, chacune de ses lignes vaudra :

$$\tilde{r}_i = \|\mathbf{a}_i - \mathbf{p}\|_2 + \nu_r^i. \quad (4.2)$$

On supposera ν_r comme étant un vecteur de bruits blancs centrés tel que $\mathbb{V}[\nu_r] = \sigma_r^2 \mathbf{I}_N$. On notera $\mathbf{r}(\hat{\mathbf{p}})$ la fonction vectorielle donnant les distances entre les $A_i \in \mathcal{S}$ et E .

Au cours d'un procédé de calcul de position, on peut construire une erreur d'estimation comme suit (Le Ny, 2017; Groves, 2013) :

$$\epsilon_r = \tilde{r}_i + \nu_r - r(\hat{\mathbf{p}}) \approx \mathbf{J}_r^i(\hat{\mathbf{p}}) \delta \mathbf{p} + \nu_r,$$

l'approximation faite ici est une approximation à l'ordre un et nécessite la matrice jacobienne $\mathbf{J}_r^i(\hat{\mathbf{p}})$ de la fonction r_i . Lorsqu'il y a convergence de la solution d'un problème de carrés non-linéaires (typiquement méthode de Newton-Gauss) on respecte l'équation normale suivante :

$$[\mathbf{J}_r^i(\hat{\mathbf{p}})^T \mathbf{J}_r^i(\hat{\mathbf{p}})]^{-1} \mathbf{J}_r^i(\hat{\mathbf{p}})^T \epsilon_r \approx 0.$$

Aidés des deux équations précédentes, lorsque l'estimateur converge, on peut extraire à une formulation de la variation infinitésimale $\delta \mathbf{p}$ de la position fonction de la jacobienne et du bruit blanc :

$$\delta \mathbf{p} \approx [\mathbf{J}_r^i(\hat{\mathbf{p}})^T \mathbf{J}_r^i(\hat{\mathbf{p}})]^{-1} \mathbf{J}_r^i(\hat{\mathbf{p}})^T \nu_r.$$

Cette équation permet par la suite d'effectuer un calcul de variance sur la variationnelle de

la position.

$$\begin{aligned}
\mathbb{V}[\delta \mathbf{p}] &= \mathbb{E}[(\delta \mathbf{p} - \mathbb{E}[\delta \mathbf{p}])(\delta \mathbf{p} - \mathbb{E}[\delta \mathbf{p}])^T] \underbrace{=}_{\mathbb{E}[\nu_r]=0} \mathbb{E}[(\delta \mathbf{p})(\delta \mathbf{p})^T] \\
&= [\mathbf{J}_r^i(\hat{\mathbf{p}})^T \mathbf{J}_r^i(\hat{\mathbf{p}})]^{-1} \mathbf{J}_r^i(\hat{\mathbf{p}})^T \underbrace{\mathbb{E}\left\{\nu_r \nu_r^T\right\}}_{\sigma_r^2 \mathbf{I}_N} \mathbf{J}_r^i(\hat{\mathbf{p}}) ([\mathbf{J}_r^i(\hat{\mathbf{p}})^T \mathbf{J}_r^i(\hat{\mathbf{p}})]^{-1})^T \\
&= \sigma_r^2 \underbrace{[\mathbf{J}_r^i(\hat{\mathbf{p}})^T \mathbf{J}_r^i(\hat{\mathbf{p}})]^{-1} \mathbf{J}_r^i(\hat{\mathbf{p}})^T \mathbf{J}_r^i(\hat{\mathbf{p}})}_{\mathbf{I}_N} ([\mathbf{J}_r^i(\hat{\mathbf{p}})^T \mathbf{J}_r^i(\hat{\mathbf{p}})]^{-1})^T \\
&= \sigma_r^2 [\mathbf{J}_r^i(\hat{\mathbf{p}})^T \mathbf{J}_r^i(\hat{\mathbf{p}})]^{-1} := \sigma_r^2 \mathbf{G}(\hat{\mathbf{p}}).
\end{aligned} \tag{4.3}$$

Nous pouvons noter que seul ν_r est stochastique (et non la jacobienne) et qu'il est centré $\mathbb{E}[\nu_r] = 0$, ce qui justifie les manipulations mathématiques ci-dessus. On remarque que l'imprécision d'un tel estimateur est liée à une matrice $\mathbf{G}(\hat{\mathbf{p}})$ qui est appelée **matrice de dilution de précision**.

On peut donc calculer les coefficients de la jacobienne $\mathbf{J}_r(\mathbf{p})$ comme suit :

$$\mathbf{J}_{\mathbf{r},\xi}^i(\mathbf{p}) := \frac{\partial \rho_i}{\partial \xi} = \frac{a_i^\xi - p^\xi}{\|\mathbf{a}_i - \mathbf{p}\|_2},$$

avec i l'indice de chacune des ancrs de coordonnées \mathbf{a}_i et $\xi = x, y, z$ une des trois coordonnées cartésiennes. La matrice jacobienne de la fonction \mathbf{r} vaut donc :

$$\mathbf{J}_r(\mathbf{p}) = \begin{bmatrix} J_{\mathbf{r},x}^0(\mathbf{p}) & J_{\mathbf{r},y}^0(\mathbf{p}) & J_{\mathbf{r},z}^0(\mathbf{p}) \\ \vdots & \vdots & \vdots \\ J_{\mathbf{r},x}^{N-1}(\mathbf{p}) & J_{\mathbf{r},y}^{N-1}(\mathbf{p}) & J_{\mathbf{r},z}^{N-1}(\mathbf{p}) \end{bmatrix}.$$

Définition 10 : La **matrice de dilution de précision** est donc dans notre cas une matrice carrée de taille 3, nous noterons ses coefficients comme suit :

$$\mathbf{P}(\mathbf{p}) = (\mathbf{J}_r(\mathbf{p})^T \mathbf{J}_r(\mathbf{p}))^{-1} = \begin{bmatrix} \sigma_x^2 & \sigma_{xy} & \sigma_{xz} \\ \sigma_{xy} & \sigma_y^2 & \sigma_{yz} \\ \sigma_{xz} & \sigma_{yz} & \sigma_z^2 \end{bmatrix}.$$

On définit la métrique de dilution horizontale de precision (*Horizontal Dilution Of Precision*) (HDOP) comme suit :

$$h(\mathbf{p}) = \sqrt{\sigma_x^2 + \sigma_y^2}.$$

La HDOP est une métrique adimensionnelle directement liée à l'imprécision de nos estimateurs sur les coordonnées x et y . L'intérêt de cette métrique pour nos applications est que nous utilisons des estimateurs de Kalman, découlant de formulations récursives de moindres-carrés (Marti, 2008; Chiui et Chen, 1987) et que nous cherchons à estimer les coordonnées d'un robot terrestre inclus dans la section de plan \mathcal{O} . Pour ces raisons, $h(\mathbf{p})$ sera une métrique étudiée au préalable afin d'effectuer un placement adéquat des ancrs A_i dans \mathcal{G} .

Afin de simplifier notre démarche, nous ne considérons le placement des ancrs au sein de \mathcal{G} que suivant les axes $x^{\mathcal{G}}$ et $y^{\mathcal{G}}$, en supposant que le problème de placement en $z^{\mathcal{G}}$ est décorrélié. Nous supposons dans un premier temps que toutes les stations de base sont à altitude donnée $k \in \mathbb{R}$. Nous verrons au prochain paragraphe les raisons physiques qui nous ont poussés à adopter cette approche.

Le but de notre démarche est de veiller à la valeur de la HDOP dans la section de plan \mathcal{O} . Il est considéré dans la littérature (Groves, 2013) qu'une dilution de précision (facteur multiplicatif adimensionnel sur l'erreur) inférieure à l'unité est idéale puisque ceci tend à améliorer la variance de l'estimateur. Nous rappelons que la relation (4.3) met en exergue le caractère multiplicatif de la dilution de précision dans la variance de nos estimateurs de position.

Exemple 6. *En guise d'illustration, nous avons fourni à la figure 4.7 un ensemble de calculs de la métrique $h(\mathbf{p})$ effectué sur un domaine carré de 12 m de côté pour différentes topologies du réseau \mathcal{S} . La topologie choisie s'appuie sur un carré de 10 m de côté, nous supposons que ce carré délimitera le domaine \mathcal{O} d'opération du robot. Par ailleurs, nous avons fixé les hauteurs des ancrs à $z = 2$ m.*

Sur la figure 4.7, chaque ancre est représentée par un losange rouge. Nous pouvons constater que la HDOP est minimale au centre de gravité de chacun des réseaux et que plus le cardinal $|\mathcal{S}|$ augmente, plus son niveau diminue, ce qui est dû aux redondances de mesures.

Afin de garantir de bonnes performances pour nos estimateurs nous devons déployer un réseau d'un nombre suffisant d'ancres et éviter les asymétries dans la topologie du réseau afin de couvrir de la manière la plus uniforme possible le domaine \mathcal{O} . L'objectif du présent travail n'est pas de garantir un déploiement optimal de \mathcal{S} *stricto sensu* mais simplement de quantifier les erreurs inhérentes à la géométrie grâce à la métrique de HDOP afin de tester notre protocole en connaissance de cause par la suite.

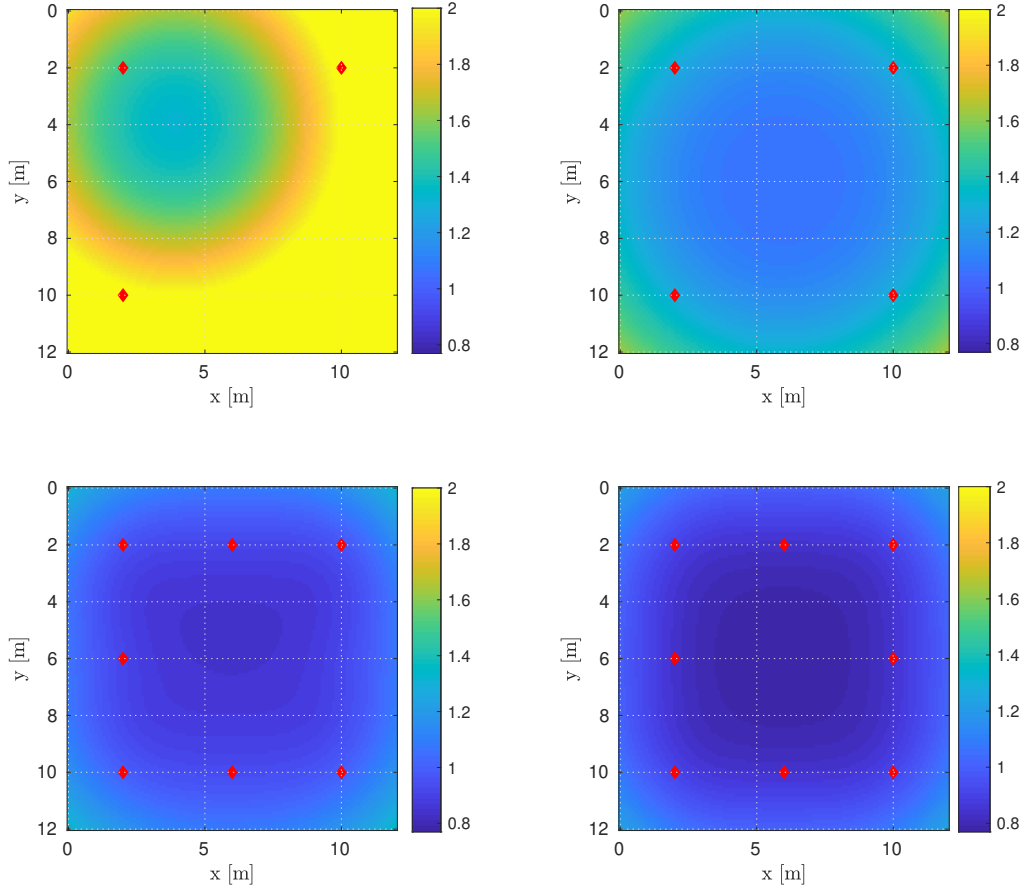


Figure 4.7 Exemples de HDOP pour différentes topologies du réseau \mathcal{S} .

4.3.2 Évitement des réflexions multiples

Afin d'éviter le phénomène de réflexions multiples, l'idéal est de choisir des emplacements pour les ancrs le plus loin possible de surfaces réfléchissantes. Ces dernières sont en premier lieu les surfaces métalliques, qui peuvent sensiblement augmenter les occurrences du phénomène de réflexions multiples. En outre, nous avons expérimentalement déterminé que des phénomènes de réflexion multiples pouvaient survenir à proximité des murs ou des sols qui génèrent les réflexions des ondes dotées d'une puissance pouvant induire l'algorithme de datation LDE en erreur.

On doit naturellement placer tout le réseau en ligne de vue, ce qui est une contrainte plus faible que la précédente. Afin de vérifier l'absence d'artefacts de réflexion ou d'occlusion, on peut observer les métriques de distance inter-ancres (3.16) et veiller à la disparition des

phénomènes de «paliers» visibles à la figure 4.3.

La solution généralement la plus simple à mettre en œuvre est la mise en hauteur des ancrs. Notre dispositif, conçu exclusivement pour de la navigation plane dans \mathcal{O} , ne sera que peu affecté par ce choix. D’une part, cela permet de garantir la LOS en tout temps, d’autre part, une variété de hauteurs des ancrs suivant l’axe z , incluant des ancrs basses, n’est pas primordiale. Ce dernier point vient du fait que la HDOP n’est que peu affecté par la variété des ancrs suivant z : la distance aux ancrs est le seul paramètre dépendant de z dans son expression.

Notre méthode de déploiement est d’élever chaque balise jusqu’à une hauteur a_i^z à laquelle les artefacts de réflexion disparaissent de l’observation de la métrique de rayon entre le maître et l’esclave i à déployer (3.16). Entre chacune des stations du réseau \mathcal{S} , on pourra dès lors supposer que $\mu = 0$ et $b_{\text{NLOS}} = 0$ dans l’équation de modèle (4.1) entre les ancrs. Ceci ne peut s’appliquer entre les ancrs et les tags : ces derniers, embarqués au sein des robots, peuvent évoluer dans un milieu réflectif (notamment près du sol ou bien de surfaces reflétant les ondes UWB) ou bien en ligne de vue indirecte.

4.3.3 Calibration des modules, biais systématique

Le biais systématique des modules est dû à une différence de temps de traitement intrinsèque aux deux modules esclave et maître abordée en section 4.1. Ceci résulte en pratique en l’apparition d’un biais constant $b_{A_i}^M$ au sein des mesures de décalage temporel utilisée par l’algorithme de synchronisation des ancrs, voir 3.2 :

$$\tilde{\delta} = \delta + b_{A_i}^M + \nu_{\delta}.$$

Afin d’estimer ce dernier et de l’ôter, on utilise la métrique de l’équation (3.16) et la «vraie» distance d_M^S entre les deux modules maître et esclave que nous connaissons depuis que nous avons fixé les positions des modules. Nous supposons ici également l’absence de réflexions multiples et d’occlusions entre les modules. On effectuera donc la mesure d’erreur suivante :

$$\hat{d}_M^S - d_M^S = cb_{A_i}^M + \nu_{\rho}.$$

Nous considérerons ν_{ρ} comme étant un bruit centré. Sous cette hypothèse, on peut estimer b_{δ} à l’aide de la formule suivante de variance empirique sur N points de mesures :

$$\hat{b}_{A_i}^M = \frac{1}{Nc} \sum_{i=1}^N \hat{d}_M^S(i) - d_M^S,$$

et ainsi fournir des mesures corrigées de décalage temporel au filtre de Kalman de synchronisation, détaillé en 3.3.1, en ôtant le biais ainsi estimé :

$$\tilde{\delta}^c = \tilde{\delta} - \hat{b}_{A_i}^M.$$

4.4 Mesures auxiliaires et rejet d'aberrations au sein du tag

Nous aborderons dans cette section les mesures de qualité du signal fournies par notre matériel usité pour l'implémentation. Ces mesures pourront être par la suite exploitées pour nos algorithmes d'estimation qui seront l'objet des sections clôturant le présent chapitre. Nous y évoquerons également un test de rejet de valeurs aberrantes (*outliers*) au sein du tag basé sur des constatations physiques de la dérive des horloges.

4.4.1 Informations sur la qualité du signal

Le module `dw1000` que nous utilisons est pourvu de registres donnant des informations sur la qualité du signal. Nous nous intéresserons parmi celles-ci aux puissances mesurées. Chaque réponse impulsionnelle du signal reçu par le module est discrétisée en N échantillons \mathfrak{s}_i suivant une période de l'ordre de la nanoseconde (Decawave, 2017a). Nous pouvons donc extraire autant de parties réelles que de parties imaginaires dans l'accumulateur *Chanel Impulse Response* (CIR)(Strohmer et al., 2004)) présent dans l'architecture du module UWB :

$$\mathfrak{s}_i = \mathfrak{i}_i + j\mathfrak{q}_i,$$

où j est le nombre imaginaire vérifiant $j^2 = -1$.

Puissance de réception :

Un estimé de la puissance de réception est donné par la formule suivante :

$$\hat{P}_{RX} = 10 \log_{10} \left(\frac{1}{N^2} \sum_{i=1}^N \mathfrak{i}_i^2 + \mathfrak{q}_i^2 \right) - A_{dB}. \quad (4.4)$$

En pratique, un registre calcule déjà la somme des carrés de l'accumulateur Decawave (2017a), information qui est déjà utilisée par l'algorithme de détection de l'impulsion du signal UWB (LDE). La formule (4.4) est en fait un estimé de puissance moyenne, à une constante A_{dB} près dépendant essentiellement de l'antenne. La présence de cette constante additive n'est en aucun cas préjudiciable. Nous nous intéresserons uniquement aux variations brusques au

sein de la puissance de réception afin de procéder à la détection d'une mesure singulière. En effet, la variation de puissance de réception reçue peut s'avérer utile afin de déterminer si le tag est en ligne de vue directe (LOS) par rapport à une ancre donnée, et rejeter la mesure si tel n'est pas le cas.

Puissance de chemin direct :

Cette mesure est similaire à celle décrite au paragraphe précédent. Sa différence réside dans le fait qu'en lieu et place de la totalité des échantillons, on regarde trois pics caractéristiques de d'amplitude $F_{i \in [1,3]}$. Ces trois amplitudes sont trois valeurs retournées par l'algorithme LDE (Sharp et al., 2009) après son analyse de l'accumulateur CIR menant à la détection de l'impulsion émise dans le canal UWB. Ces amplitudes caractéristiques sont élevées au carré pour former ce que nous appellerons l'amplitude de chemin direct, appelée *First Path Amplitude* par le fabricant (Decawave, 2017a) :

$$\hat{P}_{FP} = 10 \log_{10} \left(\frac{1}{N^2} \sum_{i=1}^3 F_i^2 \right) - A_{dB}. \quad (4.5)$$

Une faible puissance de chemin direct peut être due à une détection aberrante d'un chemin multiple, identifié de manière erronée comme le premier chemin. Cette métrique peut être interprétée comme indicatrice de l'incertitude sur la détection d'un front d'onde ayant été soumis à des réflexions multiples.

4.4.2 Dérive fréquentielle et rejet de valeurs aberrantes

Dans le cadre d'un rejet systématique des valeurs aberrantes dans l'espace d'état, nous pouvons nous focaliser sur un rejet basé sur les estimateurs que nous construirons. L'idée de ce rejet est de tester la valeur d'innovation, composée de la différence entre estimation et mesure, sur le pseudo-rayon de la façon suivante :

$$|\hat{\rho}_{A_i}^E(\hat{\mathbf{x}}_k) - \tilde{\rho}_{A_i}^E(k)| < 3\sigma_\rho, \quad (4.6)$$

le seuil à $3\sigma_\rho$ convient dans le cas où seul ν_ρ , de l'équation (4.1), entre en compte dans les bruits de mesures et supposant $\nu_\rho \sim \mathcal{N}(0, \sigma_\rho^2)$. En effet, la probabilité d'obtenir une mesure bruitée de plus de $3\sigma_\rho$ est inférieure à un pourcent (voir section A.1.6).

La difficulté de la mise en place d'un tel rejet provient de l'équation (4.1), qui montre que les sources d'erreurs peuvent être multiples, en particulier des problèmes dus au bruit M_{synch} modélisant les valeurs aberrantes. En effet, les mesures peuvent être sujettes à des variations

fortes si il y a un problème de réception de message ou une réinitialisation (*wrapping*) de la variable mesure de décalage temporel comme on l’a constaté en 4.1.3. Nous noterons que les phénomènes de réinitialisation d’horloge et d’erreurs de réception n’ont pas de modèle défini mais se constatent par observation d’une série de mesures en vertu de leur caractère sporadique.

Afin de détecter les erreurs sporadiques sans filtrage *a priori*, nous proposons un test simple. L’hypothèse est que la dérive fréquentielle d’horloge γ ne peut excéder γ_{max} en principe, voir 3.4. Les répercussions de cette considération physique sur la mesure de pseudo-rayon $\tilde{\rho}_{A_i}^E(k)$, font que deux mesures espacées dans le temps de τ et non-dégradées par M_{synch} ne peuvent pas varier de plus de $c\tau\gamma_{max}$. Or, à l’instar de ceux présents au sein du réseau \mathcal{S} , le cristal du tag E est également sujet à des phénomènes de réinitialisation. Au lieu de faire des tests basées sur une comparaison $|\tilde{\rho}_{A_i}^E(k) - \tilde{\rho}_{A_i}^E(k-1)|$ entre deux mesures, nous comparerons la mesure prise à l’instant k avec une moyenne glissante $\tilde{\mu}(k)$ des L dernières mesures de pseudo-rayon reçues à l’instant k , sur un temps Δt^L . Cette moyenne glissante, permet de rejeter efficacement le bruit sporadique M_{synch} tout en permettant de pallier au problème de réinitialisation d’horloge du tag.

$$|\tilde{\rho}_{A_i}^E(k) - \tilde{\mu}(k)| < c \frac{\Delta t^L}{2} \gamma_{max}. \quad (4.7)$$

La mesure sera traitée par nos estimateurs, que nous évoquerons dans les prochaines sections, si elle réussit le précédent test, sinon elle sera ignorée par ces derniers.

4.5 Implémentations du protocole de localisation

Dans cette section, nous mettons en œuvre le protocole précédemment discuté par une implémentation dans du matériel et dans un cadre logiciel standard pour la recherche en robotique. Nous proposons deux conceptions d’estimateurs de position au sein du tag et nous nous intéressons aux répercussions des erreurs évoquées en section 4.1. Les tests présentés ici ont été effectués au sein du DCAS (Département Conception conduite des véhicules Aéronautiques et Spatiaux) de l’ISAE-Supaéro (France) qui viennent compléter ceux précédemment effectués au sein du MRASL (*Mobile Robotics and Autonomous Systems Laboratory*) de Polytechnique Montréal (Canada) relatés au sein de l’annexe C du présent mémoire.

4.5.1 Matériel utilisé pour l’implémentation

Le matériel mis à la disposition pour les tests incluait un robot **Irobot** ©, équipé d’une carte centrale **odroid** ©, elle-même munie de plusieurs périphériques d’acquisition de données et

de mesures. La zone de test disposait également de dispositifs de mesures externes, dont nos cartes UWB décrites en 3.6.2 et un système de positionnement de référence **Optitrack** ©.

Architecture générale

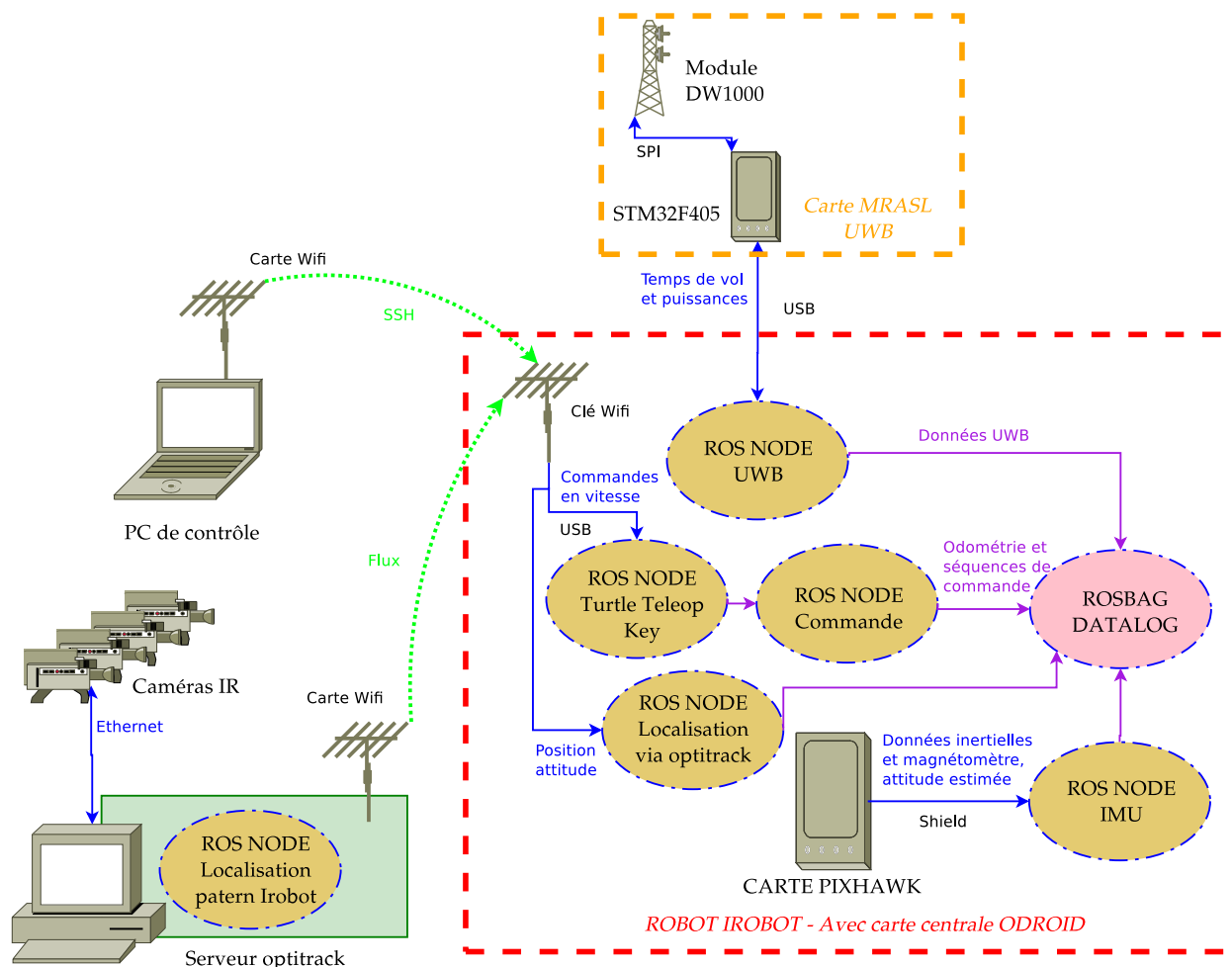


Figure 4.8 Architecture du dispositif d'acquisition de données.

Le système est régi logiciellement par une architecture *Robot Operative System* (ROS) qui se concentre sur trois systèmes liés par réseau internet WiFi. Le premier est le PC de contrôle, permettant via *Secure Shell* (SSH) d'actionner les moteurs du robot afin qu'il se meuve dans l'espace de travail. Le second est le dispositif **Optitrack**©, doté d'un serveur publiant des données de position et d'attitude qui sont acquises par des caméras infrarouges à haute résolution. Le troisième est le robot lui-même ainsi que ses capteurs.

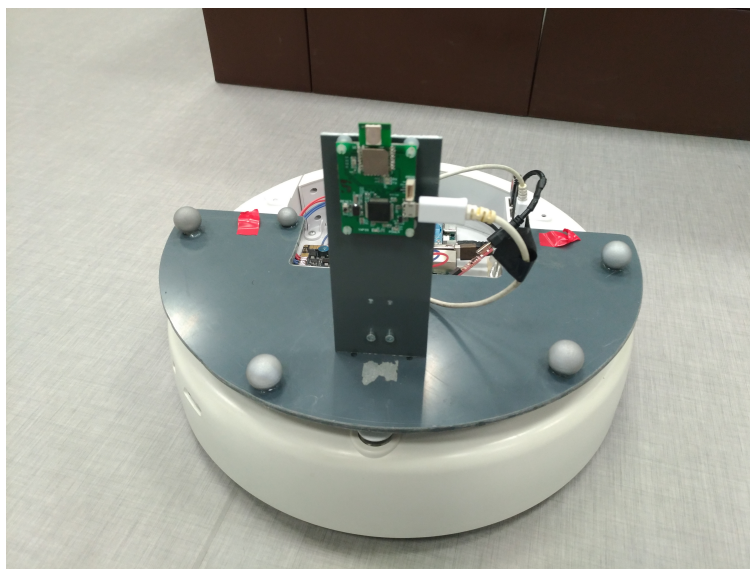


Figure 4.9 Robot irobot sur lequel nos estimateurs ont été testés.

Le robot

Le robot est à montage cinématique différentiel, sa structure repose sur deux roues mues par deux motoréducteurs électriques indépendants ainsi qu'une roue folle. La carte de commande est pourvue avec la base roulante d'une liaison série de type RS232 permettant de l'activer avec un protocole prédéfini. L'unité centrale de ce robot est une carte Odroid©disposant d'un système d'exploitation Linux Ubuntu Trusty 14.04. Cette unité centrale est pourvue d'une clé WiFi afin de communiquer avec le PC de contrôle ainsi que de recevoir les données du système Optitrack©.

Une carte autopilote Pixhawk© est également présente, on l'utilise pour récupérer des données de sa station inertielle (IMU, *Inertial Measurement Unit*) de son calculateur (qui donne l'attitude du robot) ainsi que de son magnétomètre. De plus, nous pouvons récupérer de la base roulante les valeurs de vitesses de rotation des roues estimées par la lecture de leurs encodeurs rotatifs. Nous désignons ce flux de données par le terme **odométrie** dans le restant du chapitre. Des réflecteurs infrarouges, visibles sur la figure 4.9, qui sont au nombre de cinq et de forme sphérique, servent à repérer le robot et à estimer son cap dans la volière grâce au système Optitrack. Le dernier capteur interfacé par USB est le tag UWB, pourvu d'un module dw1000, qui nous donne les mesures de pseudo-rayons.



Figure 4.10 Une station de base (ancree) UWB et deux caméras du système Optitrack.

Équipement de la zone de test et démarche expérimentale

La zone de test est équipée d'un système de positionnement optique de référence **Optitrack** basé sur une technologie d'imagerie multi-caméras infrarouges (voir figure 4.10) et donnant des résultats de précision théoriquement jusqu'à l'ordre du millimètre (Rongfa et al., 2016). Ce système fera office de référence en contraste avec nos algorithmes de positionnement.

Comme cela est visible à la figure 4.11, le terrain est encombré d'obstacles, ce qui sera intéressant pour l'étude des aspects NLOS et multipath, jusqu'ici écartés pour nos preuves de concepts précédemment développés à Montréal. Nos tests consistent à récupérer des données brutes provenant à la fois des engins UWB (temps de vol, puissances, identifiants de transaction), des capteurs inertiels (gyromètre et orientation), des encodeurs (odométrie) ainsi que du système de référence optique (position et orientation). Ce flux de données enregistré va nous être suffisant pour tester par la suite nos algorithmes sur l'environnement **Matlab** ©, pour les intégrer ultérieurement dans des nœuds ROS fonctionnant en temps réel. Notons toutefois que nous avons déjà déployé nos algorithmes en langage **C** et en temps réel lors des tests présentés dans l'annexe C.

4.5.2 Tests en modèle cinématique générique

Nous présentons ici un estimateur qui est spécifiquement conçu pour ne fonctionner qu'avec des mesures UWB afin que nous nous focalisions sur ce flux de données uniquement. Nous n'intégrons pas de modèle cinématique inhérent au vecteur véhiculant le tag mais seulement un modèle cinématique générique considérant un minimum d'information *a priori*.



Figure 4.11 Volière dans laquelle les tests se sont déroulés.

Modèle à mouvement brownien

Nous avons choisi de décrire le mouvement du robot par un modèle à vitesse constante perturbé par une accélération blanche gaussienne et centrée. Nous avons donc la formulation suivante pour le modèle d'état choisi :

$$\frac{d}{dt} \begin{bmatrix} \mathbf{c}_x \\ \mathbf{c}_y \\ \mathbf{c}_z \\ \mathbf{d} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{I}_4 \otimes \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{c}_x \\ \mathbf{c}_y \\ \mathbf{c}_z \\ \mathbf{d} \end{bmatrix} + \boldsymbol{\nu}, \quad (4.8)$$

où $\mathbf{c}_\xi = [\xi \ v_\xi]^T$ avec $\xi \in \{x, y, z\}$, \mathbf{d} le vecteur du phénomène de dérive entre le tag E et le réseau d'ancres \mathcal{S} défini au chapitre 3 ainsi que le vecteur de bruit additif $\boldsymbol{\nu}$ qui sera défini ici comme $\boldsymbol{\nu} = [0 \ \nu_x \ 0 \ \nu_y \ 0 \ \nu_z \ \nu_\delta \ \nu_\omega]^T$. \otimes représente le produit de Kronecker dans l'équation (4.8), décrit en A.1.2.

Le modèle d'état est le modèle de dérive d'horloge établi au chapitre 3 précédé de trois intégrateurs simples pour les vitesses et positions dans les trois dimensions. Les bruits sur les états de la dérive d'horloge sont les mêmes que ceux décrits en section 3.1.3 et ceux sur les accélérations sont des bruits blancs gaussiens centrés. Leurs densités spectrales de puissances $\sigma_{x,y,z}^2$ demeurent à régler en fonction du vecteur du module UWB et des trajectoires

empruntées. On peut donc discrétiser (4.8) grâce au lemme 1 présenté au chapitre 3 et on obtient, en notant le vecteur d'état discrétisé \mathbf{x}_k sur un pas de temps h_k , $k \in \mathbb{N}$:

$$\mathbf{x}_{k+1} = [\mathbf{I}_4 \otimes \Phi_k] \mathbf{x}_k + \nu_k.$$

On notera que le vecteur de bruit d'état discrétisé ν_k suit une distribution normale centrée de variance :

$$\Sigma_{\text{br}} = \begin{bmatrix} \text{diag}(\sigma_x^2, \sigma_y^2, \sigma_z^2) \otimes \mathfrak{T}_k & \mathbf{0}_{6 \times 2} \\ \mathbf{0}_{2 \times 6} & \mathfrak{T}_k \sigma_{\delta\delta}^2 + \mathfrak{U}_k \sigma_{\gamma\gamma}^2 \end{bmatrix}$$

avec $\mathfrak{T}_k = \begin{bmatrix} \frac{h_k^3}{3} & \frac{h_k^2}{2} \\ \frac{h_k^2}{2} & h_k \end{bmatrix}$ et $\mathfrak{U}_k = \begin{bmatrix} 0 & h_k \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$.

Formulation de l'estimateur de Kalman Étendu

Le filtre de Kalman étendu que nous avons utilisé peut s'exprimer de la façon suivante (Chiui et Chen, 1987), en supposant que les mesures sont uniquement les pseudo-rayons décrits en (4.1).

Nous définirons les quantités suivantes pour l'estimateur de Kalman que nous concevons :

$$\begin{aligned} \Lambda_k &:= \mathbf{I}_4 \otimes \Phi_k, \\ \mathbf{Q}_k &:= \Sigma_{\text{br}}, \\ r &:= \sigma_\rho^2, \\ \rho_{A_i}^E(\mathbf{x}) &:= \|\mathbf{p}(\mathbf{x}) - \mathbf{a}_i\|_2 + \delta_E^S c, \\ \mathbf{J}(\mathbf{x}) &:= \frac{\partial \rho_{A_i}^E}{\partial \mathbf{x}} = \begin{bmatrix} \frac{x-a_i^x}{\|\mathbf{p}(\mathbf{x})-\mathbf{a}_i\|_2} & 0 & \frac{y-a_i^y}{\|\mathbf{p}(\mathbf{x})-\mathbf{a}_i\|_2} & 0 & \frac{z-a_i^z}{\|\mathbf{p}(\mathbf{x})-\mathbf{a}_i\|_2} & 0 & c & 0 \end{bmatrix}. \end{aligned}$$

L'algorithme du filtre de Kalman étendu (Algorithme 2) est formulé à la page 76.

Exemple de test en ligne de vue directe

Nous avons effectué en ligne de vue directe un test de notre dispositif, moyennant 5 ancras et faisant décrire au robot une trajectoire cyclique, qui est visible en bleu à la figure 4.12.

La trajectoire est confinée au domaine dans lequel le robot est en parfaite ligne de mire par rapport aux cinq stations de base. Nous pouvons voir cette zone où fut présent le robot à la figure 4.11 au centre de cette dernière. Les conditions initiales de l'état sont génériques et les

Conditions initiales et données : \mathbf{a}_i , \mathbf{V}_0 et $\hat{\mathbf{x}}_0$.**Pour** Pour chaque pseudo-rayon provenant de A_i : $\tilde{\rho}_A^E$ **faire****Calculer** : h_k , Λ_k , \mathbf{Q}_k

$$\hat{\mathbf{x}}_{k|k-1} = \Lambda \hat{\mathbf{x}}_{k-1}$$

$$\mathbf{V}_{k|k-1} = \Lambda_k \mathbf{V}_{k-1} \Lambda_k^T + \mathbf{Q}_k$$

Calculer : $\rho_k := \rho_{A_i}^E(\hat{\mathbf{x}}_{k|k-1})$, $\mathbf{J}_k := \frac{\partial \rho_{A_i}^E}{\partial \mathbf{x}}(\hat{\mathbf{x}}_{k|k-1})$

$$\mathbf{G}_k = \mathbf{V}_{k|k-1} \mathbf{J}_k^T [\mathbf{J}_k \mathbf{V}_{k|k-1} \mathbf{J}_k^T + r]^{-1}$$

$$\hat{\mathbf{x}}_k = \hat{\mathbf{x}}_{k|k-1} + \mathbf{G}_k [\tilde{\rho}_{A_i}^E - \rho_k]$$

$$\mathbf{V}_k = [\mathbf{I}_8 - \mathbf{G}_k \mathbf{J}_k] \mathbf{V}_{k|k-1}$$

Fin Pour

Algorithme 2 – Algorithme du filtre de Kalman Étendu utilisé

suivantes :

$$\hat{\mathbf{x}}_0 = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & A_\delta/4 & 0 \end{bmatrix}^T.$$

On remarque que A_δ vaut deux fois la valeur maximum que peut prendre notre mesure d'offset, quantifiée par un entier de 31 bits (après opération de modulo, voir annexe B).

La matrice de covariance initiale que nous avons choisie tend à «faire confiance» aux mesures en premier lieu, ce qui explique la pondération élevée pour les variances. On remarque que cette matrice de covariance est comme si on n'avait eu aucune observation pendant une grande durée, nous avons choisi d'initialiser ainsi :

$$\mathbf{V}_0 = \mathbf{Q}_{h_k=1000}.$$

Ce choix de condition initiale explique le «saut» en vitesse des estimés observable à la figure 4.13a. Nous remarquons qu'à cause de la généralité de ce modèle les estimés se dégradent à chaque changement de direction. Ceci est dû au fait qu'il faut une grande quantité de mesures pour pouvoir converger vers la valeur exacte de la position suivant le réglage entrepris. En effet, du fait de la généralité du modèle cinématique choisi, nous ne pouvons malheureusement pas nous permettre d'augmenter les densités spectrales de puissances des trois coordonnées cartésiennes (*i.e.* «faire confiance» aux mesures) au risque de générer un nuage de points dispersés en guise de trajectoire.

Le caractère «tout ou rien» de la dynamique du robot, présentant des variations brutales d'accélération et de faibles vitesses (visibles en 4.22, à une section ultérieure) rend l'estimation

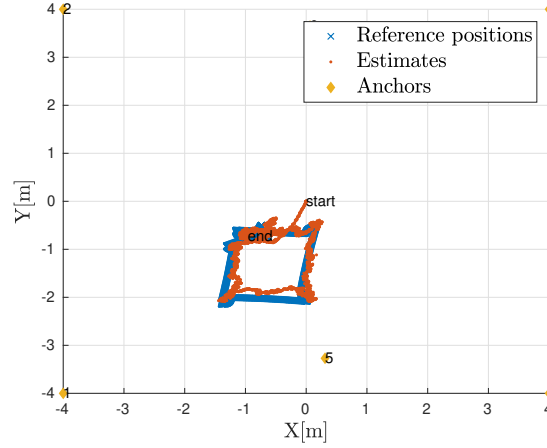
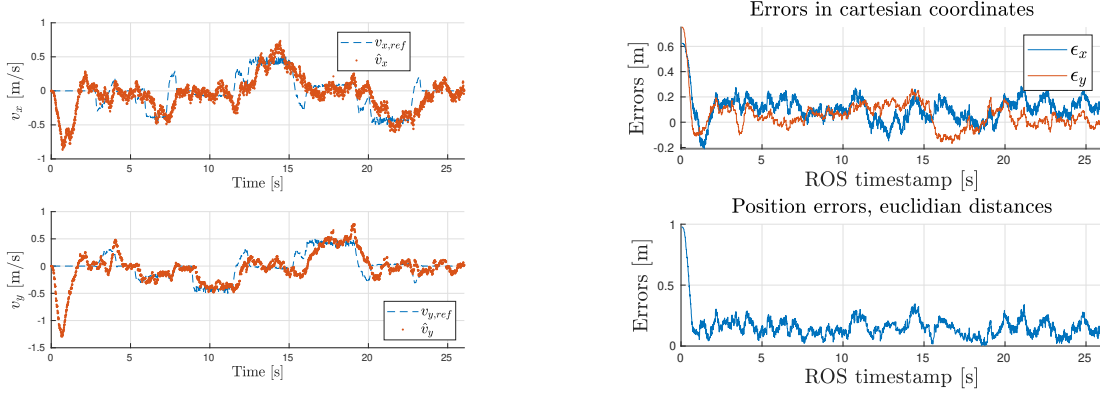


Figure 4.12 Ancres, trajectoire rectangulaire acquise par Optitrack et estimée.



(a) Vitesse acquise par Optitrack et estimée.

(b) Erreurs en position.

Figure 4.13 Vitesses et erreurs de position.

de la vitesse du robot délicate. Ceci nous motivera par la suite à tenter d'effectuer une implémentation d'un modèle spécifique à la dynamique d'un robot à montage différentiel.

Nous pouvons observer à la figure 4.12 que la position, malgré un caractère bruité demeure en régime permanent (que nous définissons par la période après la convergence de la position) dans des erreurs en dessous de trente centimètres en position, visibles à la figure 4.13b. Ceci signifie qu'en ligne de vue directe notre estimation des temps de vols des paquets est en dessous de la nanoseconde ($30 \text{ cm} \times c^{-1} \approx 1 \text{ ns}$) avec un modèle générique muni seulement des mesures fournies par les modules UWB par protocole TOA.

Tests en ligne de vue indirecte

Comme nous pouvons le constater aux figures 4.11 et 4.14, le terrain présentait des obstacles qui rendait, à cause de la hauteur réduite du robot **Irobot**, son module UWB en situation de perte de ligne de vue directe (NLOS). Ce dernier, situé sur un petit mât, est visible à la figure 4.9. Nous présentons dans ce paragraphe un test présentant des occlusions de ligne de vue

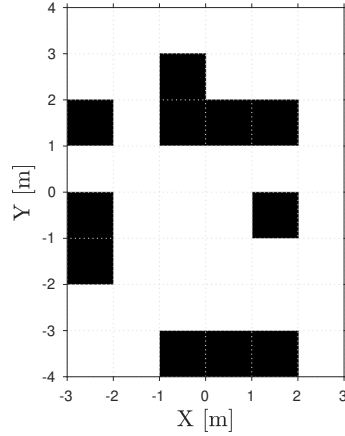


Figure 4.14 Carte d'occupation du terrain par des obstacles.

entre le tag et les ancres. Pour ce faire, nous avons fait emprunter au robot une trajectoire qui vise à le faire évoluer près des obstacles situés dans le plan d'opération \mathcal{O} .

Une estimation des mesures sans aucun correctif ajouté à notre algorithme nous donne les résultats visibles aux figures 4.15, 4.16a et 4.16b. Nous noterons que notre système dispose désormais de six ancres. On remarque notamment des pics d'erreurs qui surviennent lorsque le robot se retrouve occulté, venant dégrader la précision de l'estimé sporadiquement. Ceci est rendu possible par le caractère brownien de notre modèle cinématique qui ne prévoit pas d'autres mesures que celles lui parvenant par UWB. De plus, il permet un mouvement du robot isotrope et qui par conséquent ne filtre pas de manière efficace les mesures présentant des biais de chemins indirects.

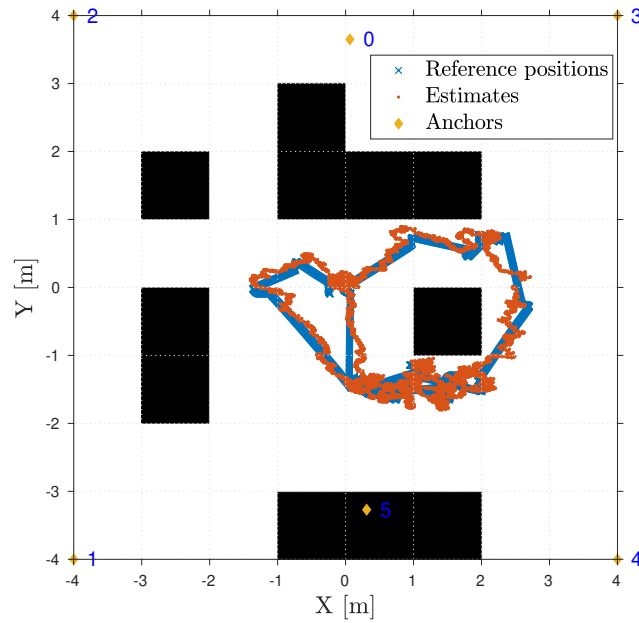
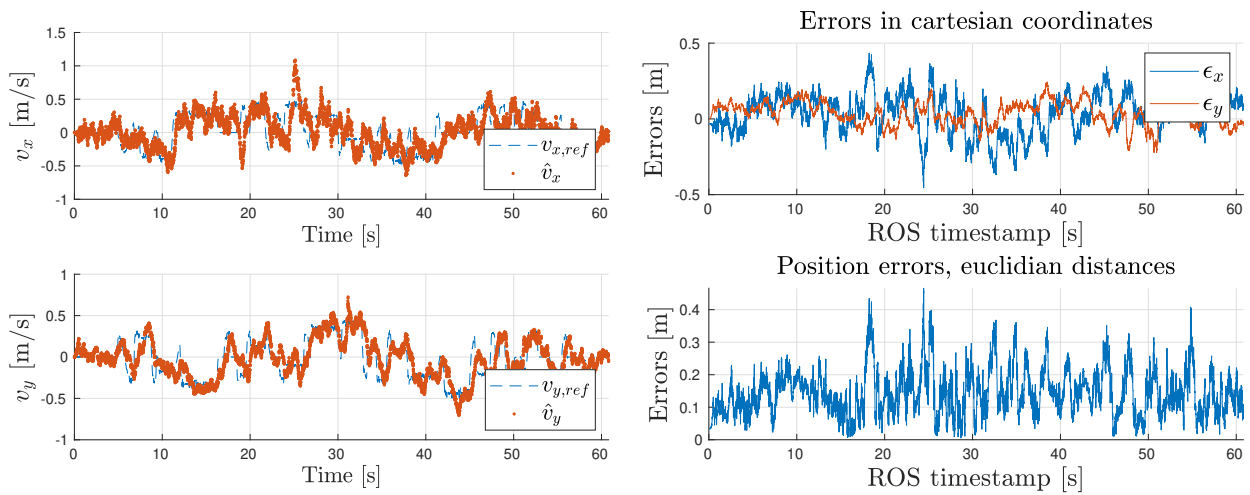


Figure 4.15 Trajectoire dans l'environnement obstrué.



(a) Vitesse acquise par Optitrack et estimée.

(b) Erreurs en position.

Figure 4.16 Résultats de l'estimation dans un environnement obstrué.

Exploitation des données de puissance

Une des solutions envisageables serait de mesurer les puissances de réception et de chemin direct en appliquant les formules (4.5) et (4.4). Nous avons ajouté au noeud **ROS** gérant l'interfaçage de notre dispositif UWB la possibilité de les acquérir.

Force est de constater que la lecture de la puissance de réception moyenne ne donne pas de résultats tangibles et exploitables comme nous l'aurions souhaité : cette mesure, visible à la figure 4.17, est trop peu quantifiée pour pouvoir conclure si l'ancre est en ligne de vue directe ou non. Nous nous focaliserons sur les mesures de puissance de chemin direct (visible en 4.18). Nous remarquons que les deux niveaux de puissance les plus forts sont ceux des ancres A_0 et A_5 , les modules en ligne de vue directe les plus proches du robot lors de sa trajectoire. Pour la puissance reçue de la part du maître A_0 , il s'agit d'un des ancres les plus proches du robot et en ligne de vue directe au départ de l'acquisition. Ceci explique une détection d'une puissance forte.

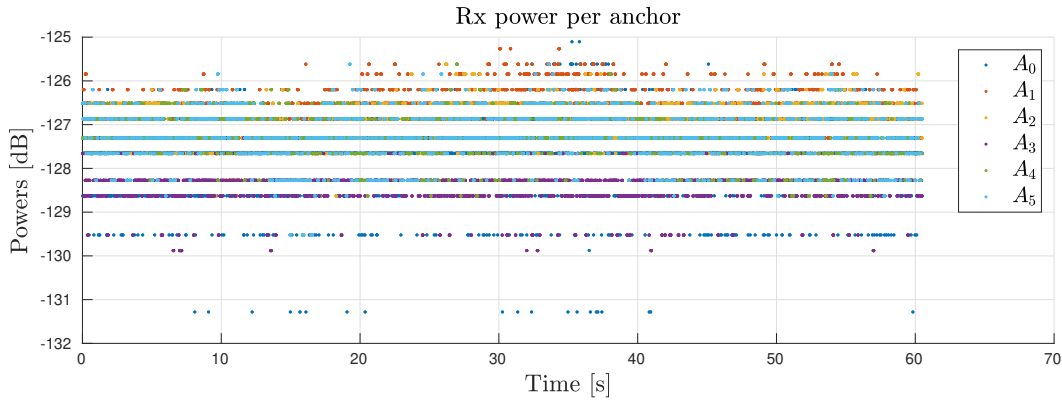


Figure 4.17 Puissances de réception moyenne reçue par le tag pour les messages provenant de A_i .

On remarque que la puissance des messages de A_5 s'effondre entre $t = 30$ s et $t = 40$ s, cette séquence correspond au moment où le robot est occulté (du point de vue de A_5) par l'obstacle carré autour duquel sa trajectoire est effectuée (voir la figure 4.15). On remarque durant cette séquence le phénomène inverse pour la station A_0 durant le même intervalle puisqu'elle se retrouve en ligne de vue directe.

Les autres stations présentent des puissances de chemin direct faibles, dues à leur éloignement. Nous pouvons conclure de cette observation que les chemins directs présentent un intérêt pour déterminer si on est en présence de chemin direct mais cela ne permet pas de conclure définitivement si le chemin est indirect, la puissance décroissant avec la distance.

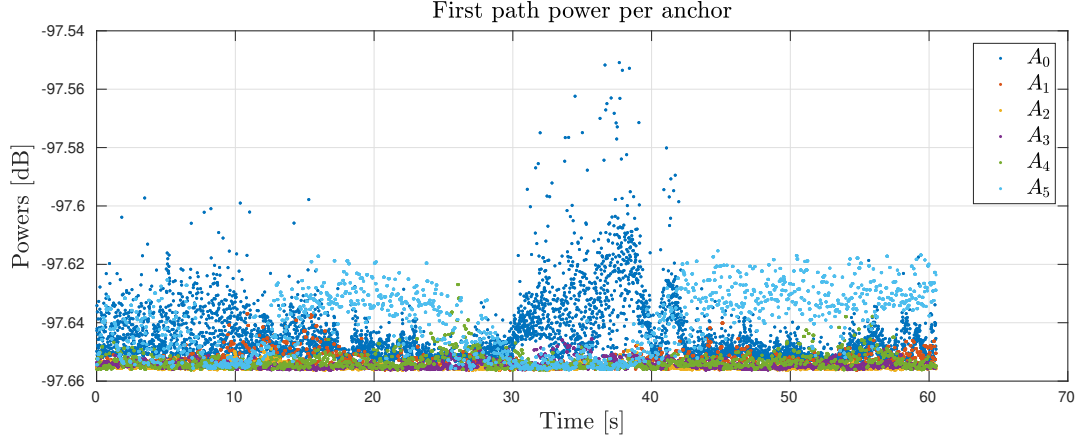


Figure 4.18 Puissances de chemin direct reçues par le tag pour les messages provenant de A_i .

Nous proposons une pondération des variances décroissante en fonction de la puissance reçue :

$$\sigma_\rho(k) = \sigma_\rho^{\min} + (\sigma_\rho^{\max} - \sigma_\rho^{\max}) \frac{p_{\text{fp}}^{\max} - p_{\text{fp}}(k)}{p_{\text{fp}}^{\max} - p_{\text{fp}}^{\min}}. \quad (4.9)$$

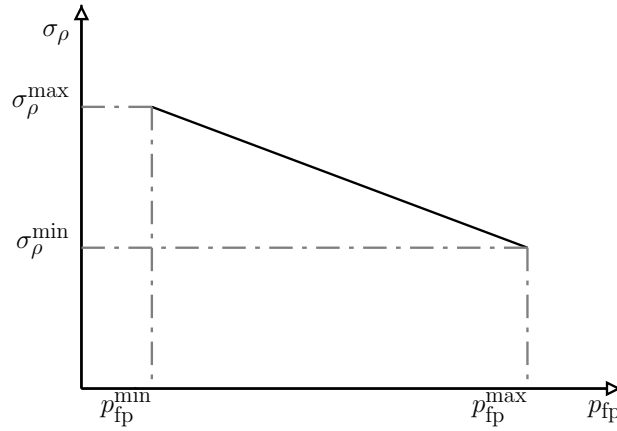


Figure 4.19 Variance dépendant linéairement de la puissance reçue.

Exemple 7. Pour le test précédemment décrit à la figure 4.15, on a obtenu une moyenne d'erreur en distance euclidienne $\|\mathbf{p} - \hat{\mathbf{p}}\|_2$, visible à la figure 4.16b, de 14.77 cm. Nous conservons les mêmes réglages de l'estimateur, puis nous appliquons le réglage de variance des bruits de mesure décrit en (4.9). Pour ceci, nous utilisons les paramètres suivants : $\sigma_\rho^{\min} = 10$ cm, $\sigma_\rho^{\max} = 30$ cm, $p_{\text{fp}}^{\max} = -97,5509$ dB et $p_{\text{fp}}^{\min} = -97,6563$ dB. Nous obtenons une erreur moyenne en distance de 13,90 cm, ce qui nous fait un gain de précision d'environ six pourcent sur l'ensemble de la trajectoire.

Afin de valider nos dispositions présentées précédemment, nous avons procédé aux mêmes réglages sur une autre trajectoire. Cette dernière est présentée à la figure 4.20, sans pondération des variances, la moyenne des erreurs vaut 19.07 cm et avec 18.40 cm soit un gain de précision d'environ quatre pourcent sur l'ensemble de la trajectoire.

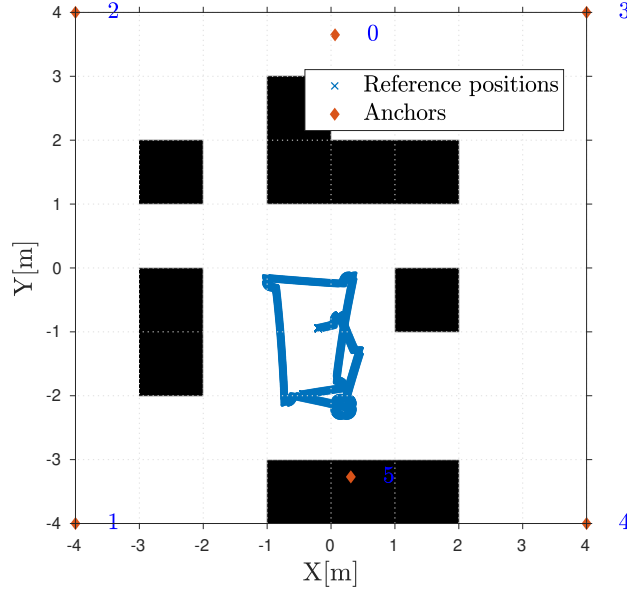


Figure 4.20 Trajectoire utilisée pour la validation de la pondération des variances de mesure.

Cette pénalité des mesures en fonction sur la puissance de premier chemin reçue fait donc advenir un gain de précision, moyennant un réglage impliquant un quadruplet de paramètres. Toutefois, les mesures, UWB dégradées par des réflexions multiples et des occlusions se révèlent être insuffisantes dans un environnement obstrué pour garantir un bon estimé de position.

4.5.3 Modèle cinématique spécifique et algorithme de fusion

En lieu et place du modèle cinématique générique à vitesse constante, on peut utiliser un modèle plus raffiné. En effet, nous avons remarqué que des écarts sporadiques interviennent sur l'estimé de position lorsqu'on est en présence de trajets multiples. Force est de constater que les déplacements transversaux autorisés par le modèle brownien deviennent rapidement indésirables en environnement obstrué. Un modèle cinématique plus pertinent est donc une solution envisageable. Cette section est une façon d'appliquer les mesures provenant de nos précédents travaux dans un estimateur plus large afin que le lecteur voie une intégration des mesures UWB en TOA dans un système multi-capteur.

Hypothèses et notations

Le robot est équilibré et son centre de masse se situe au milieu du segment qui relie les centres des deux roues. Nous noterons ce centre M , les coordonnées du robot dans l'espace de travail \mathcal{O} sont celles du centre de masse et sont notées (x, y, z) on supposera la direction \vec{z} pointant vers le haut. On suppose que l'origine de l'espace de travail est connue et correspond à $O = (0, 0, 0)$.

Le référentiel attaché au robot est composé d'une base directe $(\vec{e}_x, \vec{e}_y, \vec{e}_z)$ avec \vec{e}_z colinéaire à \vec{z} . On définit \vec{e}_x pointant dans une direction parallèle aux roues et on suppose une direction de marche avant pour le robot ce qui orientera ce vecteur. Une fois cette supposition faite, on peut définir, voir la figure 4.21, une roue gauche de centre G et une roue droite de centre D . La direction de \vec{e}_y qui vient compléter la base. Le centre de ce référentiel est le point M .

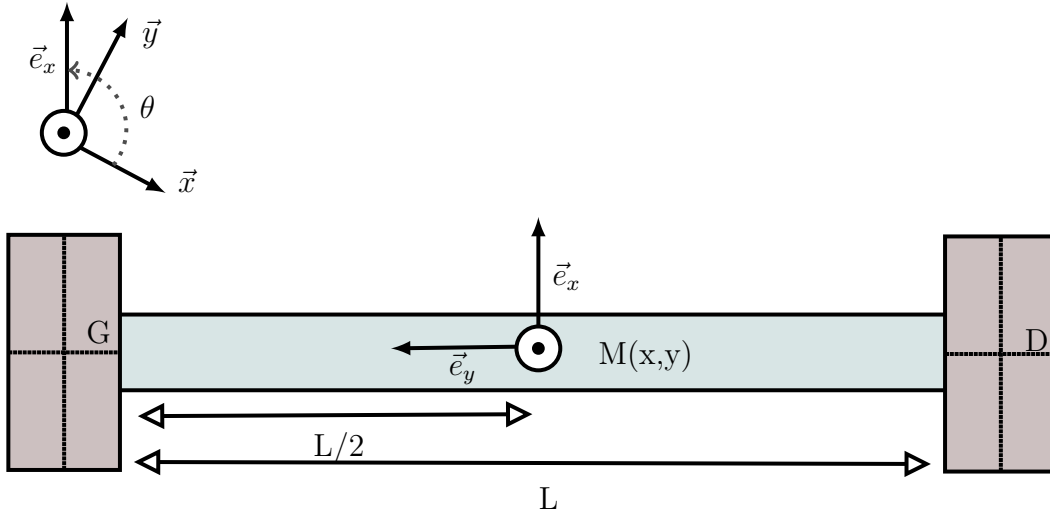


Figure 4.21 Cinématique du robot différentiel (vue de dessus).

On peut supposer que le robot roule sans glisser (contrainte non-holonyme). Ceci implique que la vitesse \vec{v} tangentielle du point M , par rapport au référentiel de l'espace de travail (O, x, y) que nous allons appeler vitesse tangentielle du robot n'a pas de composante suivant l'axe e_y .

$$\vec{v} \cdot \vec{e}_y = 0. \quad (4.10)$$

Chacune des roues (droite ou gauche) dispose d'un moteur qui peut l'entraîner à la vitesse ω_g ou ω_d . Notre convention ici est que les vitesses de rotation décrivent un angle positif et leur vecteur rotation est colinéaire à e_y . Pour des raisons de clarté dans la démarche, nous partirons des définitions des vitesses tangentielles des roues (en notant R_k les rayons de ces

dernières) en supposant qu'elles sont positives selon l'axe tangentiel e_x du robot :

$$\vec{v}_g = \omega_g R_g \vec{e}_x, \text{ et respectivement, } \vec{v}_d = \omega_d R_d \vec{e}_x.$$

État cinématique du robot

Il est suffisant d'introduire deux vitesses afin de décrire l'état cinématique complet du robot en supposant (4.10) vérifiée. On introduit donc :

- Une vitesse de rotation ω du robot qui est en fait la dérivée de l'angle de lacet θ , par convention $\dot{\theta} = \omega$. Notons qu'elle est positive suivant l'axe e_z dans les référentiels de l'espace de travail (fixe) et du robot (mobile).
- Une vitesse tangentielle $\vec{v}_t = v_t \vec{e}_x$ qui s'exprime dans le référentiel de l'espace de travail ainsi $\vec{V} = \dot{x}\vec{e}_x + \dot{y}\vec{e}_y = v_t(\cos(\theta)\vec{e}_x + \sin(\theta)\vec{e}_y)$.

La représentation d'état $\mathbf{x}_c = [x \ y \ \theta]^T$ cinématique du robot, exprimée dans le référentiel fixe (O, x, y) suit ainsi l'équation différentielle suivante :

$$\dot{\mathbf{x}}_c = \begin{bmatrix} \dot{x} \\ \dot{y} \\ \dot{\theta} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} v_t \cos(\theta) \\ v_t \sin(\theta) \\ \omega \end{bmatrix}.$$

Calcul de l'état en fonction des vitesses de rotation des roues

Tout d'abord, définissons les vitesses aux centres de rotation G et D des roues gauche et droite de deux façons différentes² :

$$\begin{aligned} \vec{V}_g &= \vec{V}_M + \vec{\omega} \times G\vec{M} = V\vec{e}_x + \omega\vec{e}_z \times \left(-\frac{L}{2}\vec{e}_y\right) = \left(V + \frac{\omega L}{2}\right)\vec{e}_x = \omega_g R_g \vec{e}_x, \\ \vec{V}_d &= \vec{V}_M + \vec{\omega} \times D\vec{M} = V\vec{e}_x + \omega\vec{e}_z \times \left(+\frac{L}{2}\vec{e}_y\right) = \left(V - \frac{\omega L}{2}\right)\vec{e}_x = \omega_d R_d \vec{e}_x. \end{aligned}$$

Après projection sur \vec{e}_x . On a donc un système de deux équations à deux inconnues que l'on peut résoudre. Pour la vitesse de translation suivant \vec{e}_x , on a :

$$V = \frac{\omega_g R_g + \omega_d R_d}{2}, \quad (4.11)$$

2. Exprimées dans le référentiel (M, e_x, e_y) du robot. Nous noterons également \times le produit vectoriel.

et pour la vitesse de rotation, nous avons :

$$\Omega = \frac{\omega_g R_g - \omega_d R_d}{L}. \quad (4.12)$$

Ainsi nous pourrions intégrer des mesures d'odométrie³, disponibles au sein du robot, qui pourront être considérées comme une observation de ces deux états par la suite.

4.5.4 Algorithme de fusion

Modélisation du robot

Nous nous plaçons dans un cas simple de commande en vitesse. Un opérateur quelconque donne une séquence de commandes échelon $u_\omega(k), u_t(k)$ au robot. Ce couple de signaux de référence en vitesse représente des commandes en vitesse de rotation ω et en translation v_t , qui passent au travers de l'asservissement de la base roulante.

Nous avons fait le choix, au vu des allures respectives des réponses indicielles du robot en vitesse pour chacune des commandes, d'approcher la dynamique du système par deux systèmes d'ordre un retardés. Nous les noterons ainsi :

$$H_t(s) = \frac{v_t(s)}{u_t(s)} = \frac{K_t}{1 + \tau_t s} e^{-L_t s} \text{ et } H_\omega(s) = \frac{v_\omega(s)}{u_\omega(s)} = \frac{K_\omega}{1 + \tau_\omega s} e^{-L_\omega s}. \quad (4.13)$$

Sur la base d'observations faites avec l'aide du dispositif **Optitrack**, nous avons pu en déduire leurs paramètres en résolvant des problèmes de *curve fitting* sur l'environnement **Matlab**. Les essais décomposaient les trajectoires en parties élémentaires de translation ou de rotation afin de discriminer les deux fonctions de transfert pour parvenir à identifier leurs paramètres, une illustration est donnée à la figure 4.22. Ce qui nous donne les coefficients résumés au tableau 4.2. La confiance donnée est une métrique basée sur la distance moyenne des points de données à ceux donnés par le tracé du modèle identifié.

Tableau 4.2 Paramètres des modèles dynamiques identifiés pour les vitesses.

| Système/Quantité | L | K | τ | Confiance |
|-------------------|-------|-------|--------|-----------|
| Rotation ω | 0.983 | 1.02 | 0.0422 | 92 % |
| Translation v_t | 1.01 | 0.194 | 0.0268 | 90 % |

3. Nous entendons par ceci les mesures fournies par les encodeurs des roues de l'Irobot.

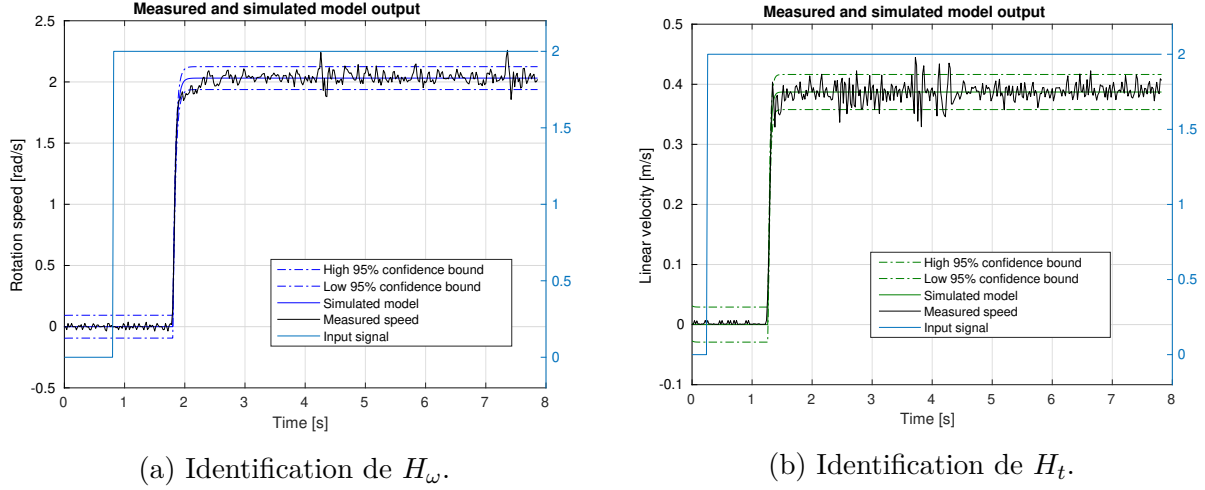


Figure 4.22 Illustration de l'identification des modèles dynamiques du robot sur un jeu de données.

Intégration de la dynamique dans l'estimateur d'état

Notre état \mathbf{x} à estimer sera le suivant : les trois composantes de position, l'angle de lacet que décrit le robot, les vitesses de translation et de rotation, les décalages temporels et fréquentiels de l'horloge de son tag. On peut donc écrire le modèle continu non-linéaire suivant :

$$\dot{\mathbf{x}} = \begin{bmatrix} \dot{x} \\ \dot{y} \\ \dot{z} \\ \dot{v}_t \\ \dot{\theta} \\ \dot{\omega} \\ \dot{\delta} \\ \dot{\gamma} \end{bmatrix} = \underbrace{\begin{bmatrix} v_t \cos(\theta) \\ v_t \sin(\theta) \\ 0 \\ 0 \\ \omega \\ 0 \\ \gamma \\ 0 \end{bmatrix}}_{\mathbf{f}_x(\mathbf{x})} + \underbrace{\begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ u_t(t - L_t) \frac{K_t}{\tau_t} - \frac{v_t}{\tau_t} \\ 0 \\ u_\omega(t - L_\omega) \frac{K_\omega}{\tau_\omega} - \frac{\omega}{\tau_\omega} \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}}_{\mathbf{f}_u(\mathbf{u}, \mathbf{x})} + \underbrace{\begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \xi_z \\ \xi_v \\ 0 \\ \xi_\omega \\ \xi_\delta \\ \xi_\gamma \end{bmatrix}}_{\xi} = \mathbf{f}(\mathbf{x}, \mathbf{u}) + \xi \quad (4.14)$$

Les bruits ξ_i contenus dans ξ sont, supposés blancs, gaussiens et centrés afin de simplifier notre étude. Leurs densités spectrales de puissance sont supposées constantes et notées σ_i^2 . Nous allons maintenant nous focaliser sur le calcul de la jacobienne de f qui demeure indispensable pour le calcul des variances de procédé de l'étape de prédiction du filtre étendu de Kalman. Nous discrétisons l'équation d'état (4.14) avec le pas temporel h_k , en appliquant le schéma

d'Euler qui suit :

$$\mathbf{x}_k|_{\hat{x}_{k-1}} = \hat{\mathbf{x}}_{k-1} + h_k \mathbf{f}(\hat{\mathbf{x}}_{k-1}, \mathbf{u}) := \mathbf{f}(\mathbf{x}, \mathbf{u}; k)$$

La jacobienne de la prédiction s'écrit donc :

$$\frac{\partial \mathbf{f}(\mathbf{x}, \mathbf{u}; k)}{\partial \mathbf{x}} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & h_k \cos(\theta) & -h_k v_t \sin(\theta) & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & h_k \sin(\theta) & h_k v_t \cos(\theta) & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 - \frac{h_k}{\tau_t} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & h_k & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 - \frac{h_k}{\tau_\omega} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & h_k \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (4.15)$$

Intégration des mesures inertielles et d'odométrie

Nous avons à disposition un gyroscope, donnant une image bruitée de la vitesse de rotation ω (nous supposons de prime abord son biais comme étant négligeable). Nous choisissons, au vu du bruit observé, de ne pas tenir compte des accéléromètres linéaires ainsi que du magnétomètre, perturbé par un environnement métallique à proximité. Ainsi, dans la phase d'implémentation, nous nous octroyons d'obtenir l'orientation θ en tout temps par le dispositif optique **Optitrack**, point qui sera à améliorer par la suite en supprimant cette dépendance. Également, nous prenons en compte l'odométrie du robot, muni d'un encodeur à chaque roue dont les vitesses sont reliées à l'état cinématique du robot, voir les équations (4.11) et (4.12).

Ceci nous donne le vecteur de mesures suivant :

$$\tilde{\mathbf{y}} = \underbrace{\begin{bmatrix} \|\mathbf{p}_u(\mathbf{x}) - \mathbf{a}_i\|_2 + c\delta \\ \omega \\ \frac{1}{R_d}(v_t - \frac{\omega L}{2}) \\ \frac{1}{R_g}(v_t + \frac{\omega L}{2}) \\ \theta \end{bmatrix}}_{\mathbf{g}(\mathbf{x})} + \underbrace{\begin{bmatrix} \nu_\rho \\ \nu_\omega \\ \nu_d \\ \nu_g \\ \nu_\theta \end{bmatrix}}_{\boldsymbol{\nu}}. \quad (4.16)$$

Nous noterons les coordonnées du centre de l'antenne UWB qui équipe notre robot $\mathbf{p}_u = [x_u \ y_u \ z_u]^T$. Dans notre cas, le mat sur lequel est le module étant centré (figure 4.23) sur l'axe \vec{e}_x du robot, on peut exprimer les coordonnées de l'antenne UWB en fonction de $\mathbf{p} = [x \ y \ z]^T$

et de θ comme suit :

$$\mathbf{p}_u(\mathbf{x}) = \mathbf{p}(\mathbf{x}) - \begin{bmatrix} l \cos(\theta) \\ l \sin(\theta) \\ h \end{bmatrix}$$

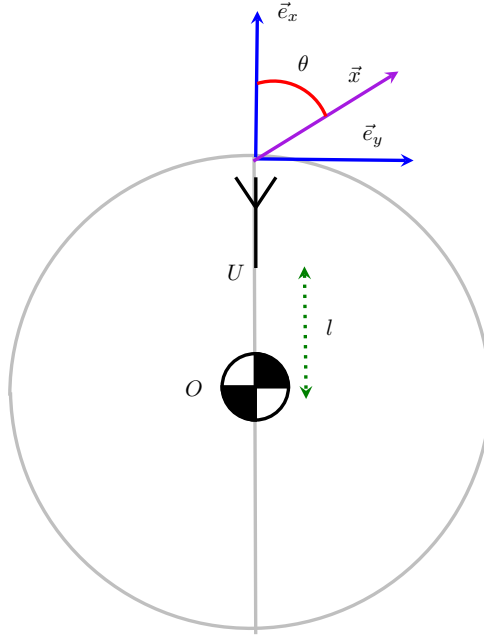


Figure 4.23 Centre de masse et module UWB sur l'Irobot.

On peut calculer et exprimer la jacobienne \mathbf{J} , dérivée de g par rapport à l'état \mathbf{x} comme suit :

$$\mathbf{J}(\mathbf{x}) = \frac{\partial \mathbf{g}}{\partial \mathbf{x}} = \begin{bmatrix} \frac{x_u - a_i^x}{d_u^i} & \frac{y_u - a_i^y}{d_u^i} & \frac{z_u - a_i^z}{d_u^i} & 0 & \frac{l[s_\theta(x - a_i^x) - c_\theta(y - a_i^y)]}{d_u^i} & 0 & c & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{1}{R_d} & 0 & -\frac{L}{2} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{1}{R_g} & 0 & \frac{L}{2} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad \text{avec } d_u^i = \|\mathbf{p}_u(\mathbf{x}) - \mathbf{a}_i\|_2. \quad (4.17)$$

Filtre de Kalman Étendu

On va tout d'abord considérer le vecteur ν comme étant gaussien et centré $\nu \sim \mathcal{N}(\mathbf{0}, \mathbf{R})$. Nous ferons aussi l'hypothèse de non-corrélation entre ses composantes, c'est à dire que ν_i est indépendant de ν_j pour tout i, j composantes du vecteur ν distinctes. Nous obtenons donc la matrice de covariance des bruits de mesures \mathbf{R} suivante :

$$\mathbf{R} = \text{diag}(\sigma_\rho^2, \sigma_\omega^2, \sigma_d^2, \sigma_g^2, \sigma_\theta^2).$$

En ce qui concerne la matrice de covariance \mathbf{Q} du bruit de modèle discrétisé, cette dernière dépend de l'intervalle de temps entre deux estimations qui en pratique n'est pas constant. Le modèle est partiellement gouverné par des intégrateurs linéaires, en foi de quoi, nous ferons une discrétisation exacte pour les covariances desdits sous-systèmes. En outre on rappellera le résultat du lemme 1, qui s'appliquera ici.

Par conséquent, si on introduit les matrices :

$$\mathfrak{T} = \begin{bmatrix} \frac{h_k^3}{3} & \frac{h_k^2}{2} \\ \frac{h_k^2}{2} & h_k \end{bmatrix} \text{ et } \mathfrak{U} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix},$$

on peut exprimer la matrice de covariance comme suit, en supposant que les bruits d'état sur x et y sont des variables aléatoires gaussiennes indépendantes ; ce qui est faux mais plus simple pour mettre en œuvre les réglages du filtre. Les quatre premiers états sont concernés et leur matrice de covariance vaudra $\mathbf{Q}_{11} = h_k \text{diag}(\sigma_x^2, \sigma_y^2, \sigma_z^2, \sigma_t^2)$. Ainsi la matrice de covariance totale vaut :

$$\mathbf{Q} = \begin{bmatrix} \mathbf{Q}_{11} & \mathbf{0}_{4 \times 2} & \mathbf{0}_{4 \times 2} \\ \mathbf{0}_{2 \times 4} & \mathfrak{T}\sigma_\omega^2 + \mathfrak{U}\sigma_\theta^2 & \mathbf{0}_{2 \times 2} \\ \mathbf{0}_{2 \times 4} & \mathbf{0}_{2 \times 2} & \mathfrak{T}\sigma_\gamma^2 + \mathfrak{U}\sigma_\delta^2 \end{bmatrix}$$

Nous reprendrons l'algorithme de Kalman Étendu décrit en 4.5.2 en prenant les nouvelles expressions des matrices d'évolution dynamique, jacobienne d'évolution, jacobienne de projection des mesures et enfin de covariances des bruits, précédemment décrites au long de cette section.

Nous noterons également l'absence d'estimation du rayon des roues dans la conception du filtre de Kalman. Notre implémentation logicielle se basant sur un rayon nominal fourni par le fabricant : l'erreur sur l'odométrie en résultant pourrait engendrer des dysfonctionnements sans l'adjonction de mesures externes correctrices (UWB) ou si le robot décrit un mouvement à grande vitesse.

Un exemple de trajectoire

Nous faisons décrire au robot une trajectoire passant autour d'obstacles. Le robot est guidé par six stations de base, son odométrie, le gyroscope et son cap donné par le système de positionnement `Optitrack`

La trajectoire empruntée par le robot est visible en bleu à la figure 4.24, son estimé en rouge. On remarque que les erreurs ne croissent plus lors du changement de direction, conséquence logique de l'intégration de la dynamique du robot. On sait donc maintenant anticiper les

mouvements du mobile. De plus, on remarque que la trajectoire paraît plus lissée désormais mais a tendance à être conservative, c'est-à-dire qu'elle requiert une grande quantité de mesures UWB afin de se positionner. De plus, le modèle évite les déplacements transversaux (contrainte non-holonome), ce qui peut avoir un effet néfaste si le cap estimé du robot est erroné. Comme il est possible de le constater à la figure 4.25, nous obtenons une erreur n'excédant pas les trente centimètres durant la trajectoire même dans des cas occlusifs.

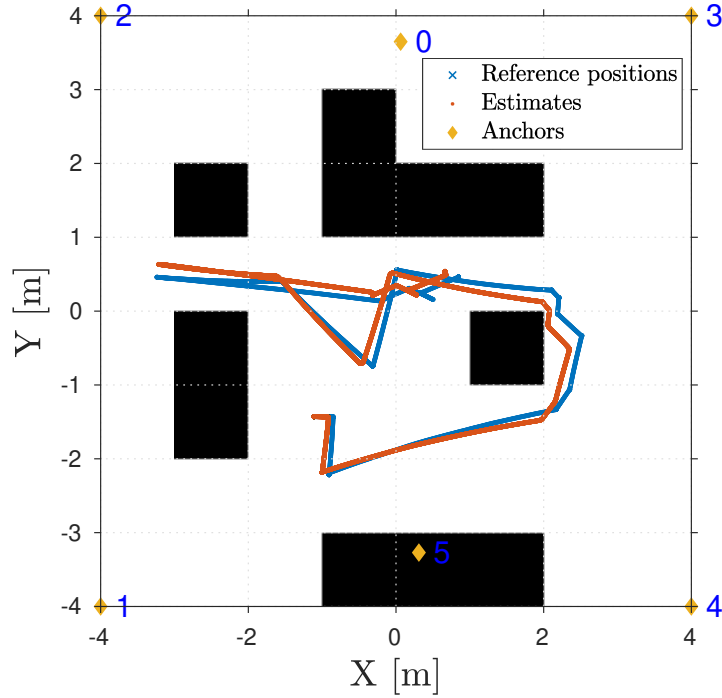


Figure 4.24 Trajectoire empruntée et estimée.

Dans notre cas, malgré le fait que le cap soit donné par l'*Optitrack* afin de s'affranchir du problème de biais angulaire, on remarque que l'erreur a tendance à être lente à se résorber. Ce phénomène empirera nécessairement si le cap est biaisé. Notre modèle devrait donc prendre en compte de manière plus rigoureuse ce type d'erreurs afin de garder une précision optimale. En outre, on pourrait également faire varier le coefficient σ_ρ en fonction de la puissance reçue comme expliqué précédemment. Ce test met donc en exergue les possibilités offertes par la fusion de capteurs. Le lecteur doit être conscient qu'il nous reste encore une marge de manœuvre dans l'élaboration d'estimateurs plus efficaces encore.

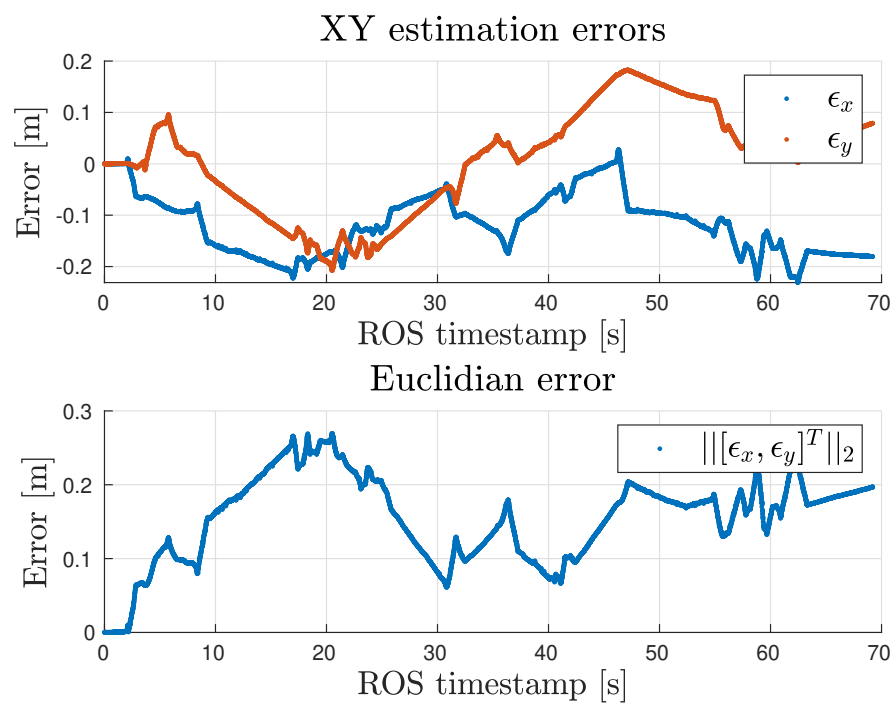


Figure 4.25 Erreurs d'estimation en position.

CHAPITRE 5 CONCLUSION

5.1 Synthèse des travaux

Dans ce mémoire, nous avons proposé une méthode de synchronisation adaptée pour modules UWB dans le but de développer des méthodes de localisation passive. Ainsi, nous avons développé un modèle d'horloge, qui nous a permis d'extrapoler une modélisation du phénomène de dérive d'horloge entre deux agents. Ceci nous a permis de concevoir un protocole de synchronisation par transmission radioélectrique entre deux agents. Ce procédé utilise un estimateur optimal gaussien de Kalman. Nous avons également proposé une méthode de réglage de ses paramètres, tout en prenant des précautions, dans l'implémentation, dues au matériel employé. Le bon fonctionnement de la synchronisation peut être désormais vérifié par une métrique indirecte de l'état de décalage temporel entre les horloges des deux agents.

Par la suite, nous avons analysé les différentes erreurs de mesures engendrées par la propagation et la datation des signaux UWB dans le matériel utilisé pour l'implémentation. Ceci nous a permis de dégager quelques possibilités de rejet de mesures erratiques ainsi qu'une méthode de déploiement du réseau d'ancres robuste à ces dernières. Nous avons également pris compte de la géométrie ainsi que des possibilités d'erreurs de fonctionnement du réseau dans notre stratégie d'implémentation.

Ainsi, nous avons pu proposer un protocole de localisation et de synchronisation simultanées, basé à la fois sur les méthodes PTP et TOA. Nous avons pu valider matériellement par la suite en développant un modèle cinématique générique. Ensuite, nous avons tenté de traiter les cas de localisation occultés (NLOS), plus problématiques, par détection de valeurs erratiques et enfin en adoptant un modèle cinématique spécifique.

Nous avons donc réalisé un système de positionnement passif (OWR) permettant de localiser un tag avec une précision de l'ordre de grandeur de la dizaine de centimètres. La précision de la synchronisation au sein de notre réseau d'ancres est donc d'un ordre de grandeur inférieur à la nanoseconde, ce qui valide un de nos objectifs de recherche principaux. Nous avons intégré sur du matériel standard notre protocole de localisation et de synchronisation dans le but de valider notre approche et ce dans de multiples configurations évoquées au long de ce mémoire.

Le travail effectué au sein de cette maîtrise a résulté en une publication qui sera dévoilée lors de la conférence ICRA (*International Conference on Robotics and Automation*) qui aura lieu en mai 2019 à Montréal.

5.2 Limitations de la solution proposée

Notre protocole demeure efficace dans des cas d'utilisation en ligne de vue directe (LOS) mais sa précision se dégrade lors des configurations occultées (NLOS) ou encore en présence de réflexions multiples. Des solutions dégagées dans le but de limiter les impacts de ces phénomènes ont été mises en œuvre. Cependant, les techniques basées sur les mesures auxiliaires de puissance de signal reçue (RSS) demeurent d'une efficacité modérée en raison de la faible puissance de réception des signaux UWB.

L'utilisation d'un modèle cinématique plus complexe dans le but de pondérer les écarts dus à des artefacts de propagation du signal UWB est limitant puisqu'il nous fait perdre le caractère généraliste du modèle cinématique à vitesse constante. Il permet d'absorber de manière efficace les écarts sporadiques dus à la ligne de vue imparfaite mais requiert une estimation d'attitude précise, ce qui est difficile à obtenir dans des systèmes munis de capteurs inertiels et magnétomètres à bas coûts.

5.3 Améliorations futures

Une partie des aspects physiques des modules UWB ne fut pas explorée lors de nos travaux. Une des pistes à approfondir serait l'exploitation de la directionnalité des antennes, qui nous permettrait d'éviter certains phénomènes de réflexions multiples. En effet, les antennes employées dans nos travaux tendaient à être omnidirectionnelles. Exploiter le caractère anisotropes d'antennes au sein du réseau d'ancres pourrait être bénéfique pour éviter les artefacts et augmenter la puissance du signal reçue par les tags. Ceci mènerait naturellement à une amélioration des datations entreprises par l'algorithme LDE. Un travail sur la conception d'antennes directionnelles adaptées serait à effectuer à long terme pour améliorer le dispositif.

Le développement d'un modèle cinématique général mais intégrant un meilleur rejet des mesures UWB erronées fait également partie des objectifs à atteindre. En effet, les stratégies de rejet évoquées dans notre mémoire demeurent soit insuffisamment efficaces, soit trop spécifiques au véhicule embarquant le tag. Ainsi, nous pourrions mieux étudier plus en profondeur les algorithmes de datation employés dans les stations UWB afin de fournir des métriques de qualité de mesure plus adéquates.

En ce qui concerne l'implémentation de notre protocole au sein des ancres, nous avons été limités par l'architecture des cartes UWB conçues au laboratoire. Employer des microcontrôleurs plus performants serait une solution. Rendre connexes les ancres au sein d'un réseau auxiliaire (Wi-Fi par exemple) afin de diagnostiquer l'état du réseau en temps réel serait une

stratégie adéquate pour faciliter l'utilisation du système de positionnement. De plus, développer des algorithmes de calibration automatiques, à l'aide de ce réseau, rendrait accessible son utilisation pour un usager externe au projet.

Un déploiement d'un réseau d'ancres mobiles serait une piste à exploiter également dans le cadre de *scenarii* incluant des architectures multi-robots. Nous pourrions nous appuyer sur des travaux ayant déjà été réalisés au sein du laboratoire (Le Ny et Chauvière, 2018) afin d'obtenir des topologies optimales de réseaux d'ancres. Effectuer le déploiement d'un réseau multi-robot en temps réel à l'aide de transmetteurs UWB est une piste à exploiter mais comporte des enjeux à résoudre dans l'implémentation et la rapidité des calculs à fournir.

RÉFÉRENCES

- H. Abubdrieakari et S. Sastry, “IEEE 1588 style synchronization over wireless link”, dans *International IEEE Symposium on Precision Clock Synchronization for Measurement, Control and Communication*. The University of Akron, septembre 2008.
- S. Akahori, Y. Higashi, et A. Masuda, “Position estimation system with UWB, IMU and a distance sensor for quad-rotors”, dans *TENCON 2017 - 2017 IEEE Region 10 Conference*, Nov. 2017, pp. 1992–1996. DOI : 10.1109/TENCON.2017.8228187
- K. Aldubaikhy, “Differential Code-Shifted Reference Impulse-Radio Ultra-Wideband Receiver : Timing Recovery and Digital Implementation”, Mémoire de maîtrise, University of Dalhousie, Août 2012. En ligne : <https://DalSpace.library.dal.ca//handle/10222/15244>
- A. D. Angelis, A. Moschitta, et A. Comuniello, “TDoA based positioning using ultrasound signals and wireless nodes”, dans *2017 IEEE International Instrumentation and Measurement Technology Conference (I2MTC)*, Mai 2017, pp. 1–6. DOI : 10.1109/I2MTC.2017.7969873
- Y. Bar-Shalom, X. R. Li, et T. Kirubarajan, *Estimation with applications to tracking and navigation : theory algorithms and software*. John Wiley & Sons, 2004.
- M. Berner, *Timing and Carrier Recovery, S-72.333 Postgraduate Course in Radio Communications*, Helsinki University of Technology, 2005.
- J. Biswas et M. Veloso, “WiFi localization and navigation for autonomous indoor mobile robots”, dans *2010 IEEE International Conference on Robotics and Automation*, Mai 2010, pp. 4379–4384. DOI : 10.1109/ROBOT.2010.5509842
- M. S. Braasch, “GPS multipath model validation”, dans *Proceedings of Position, Location and Navigation Symposium - PLANS '96*, Avr. 1996, pp. 672–678. DOI : 10.1109/PLANS.1996.509144
- L. Brown, *Technical and military imperatives : a radar history of World War 2*. CRC Press, 1999.

J. Burbank, D. Mills, et W. Kasch, “Network Time Protocol Version 4 : Protocol and Algorithms Specification”, 2010. En ligne : <https://tools.ietf.org/html/rfc5905>

J. Chen, Q. Yu, Y. Zhang, H.-H. Chen, et Y. Sun, “Feedback-based clock synchronization in wireless sensor networks : A control theoretic approach”, *IEEE transactions on vehicular technology*, vol. 59, no. 6, pp. 2963–2973, July 2010.

C. K. Chiui et G. Chen, *Kalman Filtering with Real Time Applications*, quatrième édition éd. Springer, 1987.

Clearpath Robotics, “Husky UGV - Outdoor Field Research Robot by Clearpath”, 2018. En ligne : <https://www.clearpathrobotics.com/husky-unmanned-ground-vehicle-robot/>

Decawave, *DW1000 Datasheet and user manual*, v2.12 éd., Decawave LTD, 2017.

—, *DW1000 datasheet, Sub-Register 0x27 :28 - DRX_CAR_INT (carrier integrator)*, 2e éd., Decawave, 2017, page 151.

—, “Application note : Aps011”, 2014, application Note Sources Of Error In DW1000 Based Two-way Ranging (twr) Scheme. En ligne : https://www.decawave.com/sites/default/files/resources/aps011_sources_of_error_in_twr.pdf

R. C. Dorf et R. H. Bishop, *Modern control systems*. Pearson, 2011.

I. Dotlic, A. Connell, H. Ma, J. Clancy, et M. McLaughlin, “Angle of arrival estimation using decawave DW1000 integrated circuits”, dans *2017 14th Workshop on Positioning, Navigation and Communications (WPNC)*. Bremen : IEEE, Oct. 2017, pp. 1–6. DOI : 10.1109/WPNC.2017.8250079. En ligne : <http://ieeexplore.ieee.org/document/8250079/>

B. Etzlinger, D. Bartel, W. Haselmayr, et A. Springer, “Mean field message passing for cooperative simultaneous ranging and synchronization”, dans *2013 IEEE Global Conference on Signal and Information Processing*, Déc. 2013, pp. 583–586. DOI : 10.1109/GlobalSIP.2013.6736945

B. Etzlinger, F. Meyer, A. Springer, F. Hlawatsch, et H. Wymeersch, “Cooperative simultaneous localization and synchronization : A distributed hybrid message passing algorithm”,

dans *2013 Asilomar Conference on Signals, Systems and Computers*, Nov. 2013, pp. 1978–1982. DOI : 10.1109/ACSSC.2013.6810651

B. Etzlinger et H. Wymeersch, “Synchronization and Localization in Wireless Networks”, *Foundations and Trends® in Signal Processing*, vol. 12, pp. 1–106, Jan. 2018. DOI : 10.1561/20000000096

R. Fierro et F. L. Lewis, “Control of a nonholomic mobile robot : Backstepping kinematics into dynamics”, *Journal of Robotic Systems*, vol. 14, no. 3, pp. 149–163, Mars 1997. DOI : 10.1002/(SICI)1097-4563(199703)14:3<149::AID-ROB1>3.0.CO;2-R. En ligne : <https://onlinelibrary.wiley.com/doi/abs/10.1002/%28SICI%291097-4563%28199703%2914%3A3%3C149%3A%3AAID-ROB1%3E3.0.CO%3B2-R>

M. Frerking, *Crystal Oscillator Design and Temperature Compensation*. Springer, 1978. En ligne : <https://www.springer.com/us/book/9789401160582>

G. Giorgi et C. Narduzzi, “Performance analysis of Kalman-filter-based clock synchronization in iee 1588 networks”, *IEEE TRANSACTIONS ON INSTRUMENTATION AND MEASUREMENT*, vol. 60, no. 8, pp. 2902–2909, August 2011.

P. D. Groves, *Principles of GNSS, inertial, and multisensor integrated navigation systems*, 2e éd. Artech House, 2013.

B. R. Hamilton, X. Ma, Q. Zhao, et J. Xu, “ACES : adaptive clock estimation and synchronization using Kalman filtering”, dans *Proceedings of the 14th ACM international conference on Mobile computing and networking*. ACM, 2008, pp. 152–162.

J. He, P. Cheng, L. Shi, J. Chen, et Y. Sun, “Time Synchronization in WSNs : A Maximum-Value-Based Consensus Approach”, *IEEE Transactions on Automatic Control*, vol. 59, no. 3, pp. 660–675, Mars 2014. DOI : 10.1109/TAC.2013.2286893

J. D. Hol, F. Dijkstra, H. Luinge, et T. B. Schon, “Tightly coupled UWB/IMU pose estimation”, dans *2009 IEEE International Conference on Ultra-Wideband*, Sep. 2009, pp. 688–692. DOI : 10.1109/ICUWB.2009.5288724

IEEE, “IEEE 802.15.4-2011 - IEEE Standard for Local and metropolitan area networks—Part 15.4 : Low-Rate Wireless Personal Area Networks (LR-WPANs)”, Mar 2011, [Online ; accessed 31. Mar. 2018]. En ligne : <https://standards.ieee.org/findstds/standard/802.15.4-2011.html>

IEEE, “IEEE 1588-2008 - IEEE Standard for a Precision Clock Synchronization Protocol for Networked Measurement and Control Systems”, 2008. En ligne : <https://standards.ieee.org/standard/1588-2008.html>

R.-S. Jia, Y. Gong, Y.-J. Peng, H.-M. Sun, X.-L. Zhang, et X.-M. Lu, “Time difference of arrival estimation of microseismic signals based on alpha-stable distribution”, *Nonlinear Processes in Geophysics*, vol. 25, no. 2, pp. 375–386, Mai 2018. DOI : 10.5194/npg-25-375-2018. En ligne : <https://www.nonlin-processes-geophys.net/25/375/2018/>

Y. Jiang et V. C. Leung, “An Asymmetric Double Sided Two-Way Ranging for Crystal Offset”, dans *2007 International Symposium on Signals, Systems and Electronics*. Montreal, QC, Canada : IEEE, Juil. 2007, pp. 525–528. DOI : 10.1109/ISSSE.2007.4294528. En ligne : <http://ieeexplore.ieee.org/document/4294528/>

H. Kim, “Double-sided two-way ranging algorithm to reduce ranging time”, *IEEE Communications Letters*, vol. 13, no. 7, pp. 486–488, Juil. 2009. DOI : 10.1109/LCOMM.2009.090093

Langley, Richard B, “Dilution of Precision”, *GPS world*, pp. 52–59, 1999. En ligne : https://www.nrem.iastate.edu/class/assets/nrem446_546/week3/Dilution_of_Precision.pdf

J. Le Ny, *Navigation systems, Course notes*, Polytechnique Montréal, May 2017.

J. Le Ny et S. Chauvière, “Localizability-Constrained Deployment of Mobile Robotic Networks with Noisy Range Measurements”, dans *2018 Annual American Control Conference (ACC)*, Juin 2018, pp. 2788–2793. DOI : 10.23919/ACC.2018.8431528

A. Ledergerber et R. D’Andrea, “Ultra-wideband range measurement model with Gaussian processes”, dans *2017 IEEE Conference on Control Technology and Applications (CCTA)*, Août 2017, pp. 1929–1934. DOI : 10.1109/CCTA.2017.8062738

A. Ledergerber, M. Hamer, et R. D’Andrea, “A robot self-localization system using one-way ultra-wideband communication”, dans *IEEE/RSJ International Conference on Intelligent Robots and Systems (IROS)*, Sep. 2015, pp. 3131–3137. DOI : 10.1109/IROS.2015.7353810

J. X. Lee, Z. W. Lin, P. S. Chin, et K. P. Yar, “One way ranging time drift compensation for both synchronized and non-synchronized clocks”, dans *2010 Internatio-*

nal Conference on System Science and Engineering, Juil. 2010, pp. 327–331. DOI : 10.1109/ICSSE.2010.5551782

X. Li et F. Cao, “Location Based TOA Algorithm for UWB Wireless Body Area Networks”, dans *2014 IEEE 12th International Conference on Dependable, Autonomic and Secure Computing*, Août 2014, pp. 507–511. DOI : 10.1109/DASC.2014.97

Q. Liu, X. Liu, J. L. Zhou, G. Zhou, G. Jin, Q. Sun, et M. Xi, “AdaSynch : A General Adaptive Clock Synchronization Scheme Based on Kalman Filter for WSNs”, *Wireless Personal Communications*, vol. 63, no. 1, pp. 217–239, Mars 2012. DOI : 10.1007/s11277-010-0116-3. En ligne : <http://link.springer.com/10.1007/s11277-010-0116-3>

V. Mai, M. Kamel, M. Krebs, A. Schaffner, D. Meier, L. Paull, et R. Siegwart, “Local Positioning System Using UWB Range Measurements for an Unmanned Blimp”, *IEEE Robotics and Automation Letters*, vol. 3, no. 4, pp. 2971–2978, Oct. 2018. DOI : 10.1109/LRA.2018.2849553

K. Marti, *Stochastic optimization methods*, 2e éd. Berlin : Springer, 2008, oCLC : 257587772.

C. McElroy, D. Neirynek, et M. McLaughlin, “Comparison of wireless clock synchronization algorithms for indoor location systems”, dans *Workshop on advances in network localization and navigation*, 2014.

J. D. Meiss, *Differential Dynamical Systems*. Society for Industrial and Applied Mathematics, 2007, [Online; accessed 11. Jun. 2018]. En ligne : <https://epubs.siam.org/doi/book/10.1137/1.9780898718232>

D. L. Mills, “Internet Time Synchronization : The Network Time Protocol”, *IEEE Transactions on communications*, vol. 39, no. 10, p. 12, 1991.

Moudgalya, Kannan M, *Digital Control*, wiley éd. Bombay : Wiley, 2007.

NASA, “Ultra-Wideband Angle-of-Arrival Tracking Systems”, *NASA Tech Briefs*, 2010. En ligne : <https://ntrs.nasa.gov/archive/nasa/casi.ntrs.nasa.gov/20100042233.pdf>

D. Neirynek, E. Luk, et M. McLaughlin, “An alternative double-sided two-way ranging method”, dans *2016 13th Workshop on Positioning, Navigation and Communications (WPNC)*.

Bremen, Germany : IEEE, Oct. 2016, pp. 1–4. DOI : 10.1109/WPNC.2016.7822844.
En ligne : <http://ieeexplore.ieee.org/document/7822844/>

C. Noviello, *Mastering STM32*, LeanPub, éd. LeanPub, 2017.

J. A. Pierce, A. McKenzie, et R. H. Woodward, *LORAN, long range navigation*. McGraw-Hill Book Company, 1948, vol. 4.

K.-B. Png, X. Peng, S. Chattong, H. T. Francis, et F. Chin, “Joint carrier and sampling frequency offset estimation for MB-OFDM UWB system”, dans *Radio and Wireless Symposium, 2008 IEEE*. IEEE, 2008, pp. 29–32.

A. Prorok, L. Gonon, et A. Martinoli, “Online model estimation of ultra-wideband TDOA measurements for mobile robot localization”, dans *2012 IEEE International Conference on Robotics and Automation*, Mai 2012, pp. 807–814. DOI : 10.1109/ICRA.2012.6224869

A. Prorok, “Models and Algorithms for Ultra-Wideband Localization in Single- and Multi-Robot Systems”, Thèse de doctorat, École Polytechnique Fédérale de Lausanne, Suisse, 2013. En ligne : <https://pdfs.semanticscholar.org/3b12/4583673c1afa92b9b1e5ce35cad7a9dd37c6.pdf>

W. Rafrafi, “Intégration d’un système radio à bande ultra-large pour la navigation de robots mobiles”, Mémoire de maîtrise, Polytechnique Montréal, 2016.

R. T. Rajan et A. v. d. Veen, “Joint ranging and clock synchronization for a wireless network”, dans *2011 4th IEEE International Workshop on Computational Advances in Multi-Sensor Adaptive Processing (CAMSAP)*, Déc. 2011, pp. 297–300. DOI : 10.1109/CAMSAP.2011.6136008

H. E. Rauch, C. T. Striebel, et F. Tung, “Maximum likelihood estimates of linear dynamic systems”, *AIAA Journal*, 1965. DOI : 10.2514/3.3166

M. Rongfa, T. Pantuphag, S. Srigrarom, M. N. Rongfa, T. Pantuphag, et S. Srigrarom, “Analysis of kinematics of flapping wing uav using optitrack systems”, *Aerospace*, vol. 3, no. 3, p. 23, Juil. 2016. DOI : 10.3390/aerospace3030023. En ligne : <https://www.mdpi.com/2226-4310/3/3/23>

Z. Sahinoglu et S. Gezici, “Ranging in the IEEE 802.15.4a Standard”, dans *2006 IEEE Annual Wireless and Microwave Technology Conference*, Déc. 2006, pp. 1–5. DOI : 10.1109/WAMICON.2006.351897

Z. Sahinoglu, S. Gezici, et I. Guvenc, “Ultra-wideband positioning systems”, *Cambridge, New York*, 2008.

I. Sharp, K. Yu, et Y. J. Guo, “Peak and leading edge detection for time-of-arrival estimation in band-limited positioning systems”, *IET communications*, vol. 3, no. 10, pp. 1616–1627, 2009.

G. Shen, R. Zetik, et R. S. Thoma, “Performance comparison of TOA and TDOA based location estimation algorithms in LOS environment”, dans *Navigation and Communication 2008 5th Workshop on Positioning*, Mars 2008, pp. 71–78. DOI : 10.1109/WPNC.2008.4510359

R. L. Smith-Rose, “Radio Direction-Finding by Transmission and Reception (With Particular Reference to Its Application to Marine Navigation)”, *Proceedings of the Institute of Radio Engineers*, vol. 17, no. 3, pp. 423–478, Mars 1929. DOI : 10.1109/JRPROC.1929.221696

G. Song, W. Zhuang, Z. Wei, et A. Song, “An Effective Algorithm for Guiding Mobile Nodes in Wireless Sensor Networks”, dans *2007 IEEE Workshop on Signal Processing Systems*, Oct. 2007, pp. 279–282. DOI : 10.1109/SIPS.2007.4387558

T. Strohmer, M. Emami, J. Hansen, G. Papanicolaou, et A. Paulraj, “Application of time-reversal with MMSE equalizer to UWB communications”, dans *IEEE Global Telecommunications Conference, 2004. GLOBECOM '04*, vol. 5. Dallas, TX, USA : IEEE, 2004, pp. 3123–3127. DOI : 10.1109/GLOCOM.2004.1378927. En ligne : <http://ieeexplore.ieee.org/document/1378927/>

S. Tewes, L. Schwoerer, et P. Bosselmann, “Designing a Basic IR-UWB-RTLS - Raw-data position estimation utilizing TWR”, dans *Smart SysTech 2017; European Conference on Smart Objects, Systems and Technologies*, Juin 2017, pp. 1–5.

M. Vanvaerenbergh et P. Ifland, *Line of Position Navigation : Sumner and Saint-Hilaire, the Two Pillars of Modern Celestial Navigation*. Unlimited Publishing LLC, 2003, google-Books-ID : 64f2T6xWSFIC.

M. Windolf, N. Götzen, et M. Morlock, “Systematic accuracy and precision analysis of video motion capturing systems—exemplified on the Vicon-460 system”, *Journal of Biomechanics*,

vol. 41, no. 12, pp. 2776–2780, Août 2008. DOI : 10.1016/j.jbiomech.2008.06.024.
En ligne : <http://linkinghub.elsevier.com/retrieve/pii/S0021929008003229>

Y. Qi, “Wireless geolocation in a non-line-of-sight environment.” Thèse de doctorat, Princeton University, USA, 2004. En ligne : https://cs.gmu.edu/~iyoun/geo/pdf/qi_thesis.pdf

R. Yao, G. Gao, Z. Chen, et W. Zhu, “UWB multipath channel model based on time-domain UTD technique”, *Global Telecommunications Conference, 2003. GLOBECOM '03. IEEE*, vol. 3, pp. 1205–1210vol.3, Dec 2003. DOI : 10.1109/GLOCOM.2003.1258430

D. Zachariah, S. Dwivedi, P. Händel, et P. Stoica, “Scalable and Passive Wireless Network Clock Synchronization in LOS Environments”, *IEEE Transactions on Wireless Communications*, vol. 16, no. 6, pp. 3536–3546, Juin 2017. DOI : 10.1109/TWC.2017.2683486

Z. Zhang, Q. Nie, H. Liu, Z. Wang, S. Xu, et S. Chai, “A Shadowing Loss Compensation Method for Hybrid RSS-Based Indoor Localization”, dans *2017 4th International Conference on Information Science and Control Engineering (ICISCE)*, Juil. 2017, pp. 1381–1385. DOI : 10.1109/ICISCE.2017.287

ANNEXE A Notations et notions générales employées

A.1 Notations mathématiques

A.1.1 Vecteurs

Les vecteurs dans ce mémoire sont notés en **gras** et en minuscules. On suppose que les vecteurs sont ordonnés en colonne et leurs coefficients notés comme suit :

$$\forall \mathbf{v} \in \mathbb{K}^n, \mathbb{K} = \mathbb{R} \text{ ou } \mathbb{C}, n \in \mathbb{N}, \mathbf{v} = \begin{bmatrix} v_1 \\ \vdots \\ v_n \end{bmatrix},$$

on note par ailleurs le **vecteur transposé** de \mathbf{v} ainsi : \mathbf{v}^T .

Norme euclidienne

On note la **norme euclidienne** des vecteurs réels comme suit :

$$\|\mathbf{v}\|_2 = \left(\sum_{i=1}^n v_i^2 \right)^{\frac{1}{2}}, \mathbf{v} \in \mathbb{R}^n.$$

Produit scalaire

Le produit scalaire de deux vecteurs quelconques \mathbf{v} et \mathbf{w} , $\mathbf{v}, \mathbf{w} \in \mathbb{R}^n \times \mathbb{R}^n$ est noté par l'opérateur « \cdot ». On note donc :

$$\mathbf{v} \cdot \mathbf{w} = \sum_{i=1}^n v_i w_i.$$

Produit vectoriel

Le produit vectoriel est entendu comme étant un produit de l'espace euclidien canonique \mathbb{R}^3 . Soit deux vecteurs dudit espace \mathbf{v} et \mathbf{w} on notera ce produit avec l'opérateur « \times » comme suit :

$$\mathbf{v} \times \mathbf{w} = \begin{bmatrix} v_2 w_3 - v_3 w_2 \\ v_3 w_1 - v_1 w_3 \\ v_1 w_2 - v_2 w_1 \end{bmatrix}.$$

A.1.2 Matrices

Toutes les matrices évoquées dans ce mémoire sont à coefficients réels, écrites en **gras** et en lettres majuscules. Pour tout n et m entiers strictement positifs, on définira $\mathcal{M}_{n,m}(\mathbb{R})$ l'ensemble des matrices de \mathbb{R} telles qu'elles possèdent n lignes et m colonnes. En particulier, on utilisera l'abréviation $\mathcal{M}_n(\mathbb{R})$ pour désigner une matrice carrée, *i.e.* lorsque $m = n$. L'écriture pour les coefficients d'une matrice $\mathbf{M} \in \mathcal{M}_{n,m}$ choisie est la suivante :

$$\mathbf{M} = (M_{ij})_{i \leq n, j \leq m}, \text{ avec } i, j \in (\mathbb{N}^*)^2.$$

$\forall i, j \in [1, n]^2$ la matrice **identité** de $\mathcal{M}_n(\mathbb{R})$ est notée \mathbf{I}_n et vérifie $I_{i,j} = 1$ si $i = j$ et $I_{i,j} = 0$ sinon. La matrice $\mathbf{0}_{n,m}$ est la matrice nulle $0_{i,j} = 0$ appartenant à $\mathcal{M}_{n,m}$. La matrice \mathbf{M} notée $\mathbf{M} = \text{diag}(M_{11}, \dots, M_{ii}, \dots, M_{nn})$ représente une **matrice diagonale** $\mathbf{M} \in \mathcal{M}_n(\mathbb{R})$ ayant pour seuls coefficients non-nuls les scalaires M_{ii} sur sa diagonale ($i = j$).

Produit matriciel usuel et produit de Kronecker

Pour tout m, n et p entiers naturels strictement positifs, le **produit** de deux matrices $\mathbf{P} = \mathbf{AB}$ n'est possible que si $\mathbf{A} \in \mathcal{M}_{m,n}(\mathbb{R})$ et $\mathbf{B} \in \mathcal{M}_{n,p}(\mathbb{R})$, il vaut :

$$P_{i,j} = \sum_{k=1}^n A_{i,k} B_{k,j}, \quad \forall i, j \in [1, m] \times [1, p]$$

Le produit de **Kronecker**, symbolisé par l'opérateur \otimes est le produit par bloc défini comme suit :

$$\mathbf{A} \otimes \mathbf{B} = \begin{bmatrix} a_{1,1}\mathbf{B} & \cdots & A_{1,n}\mathbf{B} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ A_{m,1}\mathbf{B} & \cdots & A_{m,n}\mathbf{B} \end{bmatrix}.$$

Déterminant d'une matrice

Pour toute matrice carrée $\mathbf{M} \in \mathcal{M}_n(\mathbb{R})$, on peut définir son **déterminant** comme étant la quantité suivante :

$$|\mathbf{M}| = \sum_{\sigma \in \mathcal{P}_n} \epsilon(\sigma) \prod_{i=1}^n a_{\sigma(i),i},$$

avec \mathcal{P} est l'**ensemble des permutations** des entiers allant de 1 à n . La quantité ϵ est la **signature** de telles permutations qui est égale à 1 si la permutation est paire et -1 sinon.

Exponentielle d'une matrice

L'exponentielle d'une matrice carrée $\mathbf{M} \in \mathcal{M}_n(\mathbb{R})$ est définie comme ceci :

$$\exp(\mathbf{M}) = \sum_{i=0}^{\infty} \frac{\mathbf{M}^i}{i!}.$$

Par ailleurs, on remarquera que si \mathbf{M} est **nilpotente**¹, alors la série possède un nombre fini de termes.

Dérivée vectorielle

Soit une fonction vectorielle $\mathbf{f} : \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}^m$ fonction d'un vecteur \mathbf{x} de dimension n :

$$\mathbf{f}(\mathbf{x}) = \begin{bmatrix} f_1(\mathbf{x}) \\ \dots \\ f_m(\mathbf{x}) \end{bmatrix}.$$

On peut définir la dérivée vectorielle de \mathbf{f} comme étant sa **matrice jacobienne**, et définie comme suit :

$$\mathbf{J}_{\mathbf{f}}(\mathbf{x}) = \frac{\partial \mathbf{f}}{\partial \mathbf{x}} = (j_{ik})_{i \leq m, k \leq n}, \text{ où } j_{i,k} = \frac{\partial f_i}{\partial x_k}, \text{ avec } i, k \in \mathbb{N}.$$

A.1.3 Dynamique des systèmes

A.1.4 Dérivée temporelle

La notation abrégée $\dot{\mathbf{a}}$ pour une fonction généraliste $\mathbf{a}(t, ..) \in \mathbb{R}^n$ équivaut à la notation rigoureuse $\frac{d\mathbf{a}(t)}{dt}$.

A.1.5 Solution d'un système différentiel à coefficients constants

Soit un système différentiel d'ordre un en temps continu défini par l'équation d'état suivante :

$$\dot{\mathbf{x}} = \mathbf{A}\mathbf{x}.$$

On appellera le vecteur $\mathbf{x} \in \mathbb{R}^n$ **vecteur d'état** et la matrice $\mathbf{A} \in \mathcal{M}_n(\mathbb{R})$ **matrice de transition**. La fonction $\mathbf{x}(t)$ est la solution du précédent système (Meiss, 2007) et qui s'exprimera

1. Ceci signifie qu'il existe $l \in \mathbb{N}$ tel que $M^i = 0, \forall i \in \mathbb{N}, i > l$.

ainsi (connaissant une condition initiale $\mathbf{x}(0)$) :

$$\mathbf{x}(t) = \mathbf{x}(0)\exp_{\mathbf{A}}(t).$$

A.1.6 Notations et définitions probabilistes

Distribution aléatoire

Soit $Z \in \mathbb{R}$ une **variable aléatoire** (v.a) de distribution scalaire quelconque, on note sa densité de probabilité $f_Z(z) \in \mathbb{R}^+$, $\int_{\mathbb{R}} f_Z(z)dz = 1$. On généralise cette notion aux composantes d'un vecteur aléatoire. On notera $P(E)$ la probabilité qu'un évènement E se produise.

Espérance mathématique et variance

On notera l'**espérance**, ou la moyenne de la variable aléatoire vectorielle $\mathbf{Y} \in \mathbb{R}^n$, munie d'une densité de probabilité $\mathbf{f}_{\mathbf{Y}}(y) \in \mathbb{R}^+$ comme suit :² :

$$\mathbb{E}[\mathbf{Y}] = \int_{\mathbb{R}^n} \mathbf{y}\mathbf{f}_{\mathbf{Y}}(\mathbf{y})d\mathbf{y},$$

la condition pour que cette dernière existe est que l'intégrale précédente soit absolument convergente.

La matrice de **covariance** d'un vecteur aléatoire, appelée **variance** dans le cas scalaire, est notée et définie comme suit :

$$\mathbb{V}[\mathbf{Y}] = \mathbb{E}[(\mathbf{Y} - \mathbb{E}[\mathbf{Y}])(\mathbf{Y} - \mathbb{E}[\mathbf{Y}])^T].$$

La condition pour que cette dernière existe est que chacune des composantes Y_i de \mathbf{Y} possède une variance. Pour démontrer cette propriété, il faut que la variable aléatoire Y_i possède un moment d'ordre deux. Ce dernier est défini par $\mathbb{E}(Y_i^2)$. Si chacune des intégrales $\int_{\mathbb{R}} y_i^2 f_{Y_i} dy_i$ converge absolument alors le vecteur aléatoire possède une matrice de covariance (Marti, 2008).

Estimateurs de variance d'espérance

On se place ici dans le cas où les espérances et les covariances d'une variable aléatoire \mathbf{Y} existent. On échantillonne \mathbf{Y} suivant la séquence $\tilde{\mathbf{Y}} = \{\mathbf{Y}_1 \dots \mathbf{Y}_N\}$ prise sur N points. On suppose également les vecteurs aléatoires échantillonnés \mathbf{Y}_i sont indépendants entre eux et

2. L'intégrale se fait ici sur chacune des composantes du vecteur.

possèdent la même densité de probabilité et sont intégrables ($\mathbb{E}(\mathbf{X}_i) < \infty$).

Loi des grands nombres (formulation forte) : Suivant ces hypothèses, on peut démontrer que la moyenne empirique converge presque-sûrement³ vers la valeur de l'espérance mathématique :

$$\lim_{N \rightarrow \infty} \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \tilde{\mathbf{Y}}_i = \mathbb{E}[\mathbf{Y}].$$

On introduit la fonction **moyenne empirique** sur N points en se basant sur le résultat précédent :

$$\text{empE}(\tilde{\mathbf{Y}}) := \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \tilde{\mathbf{Y}}_i.$$

Estimateur de matrice de covariance : La covariance est composée d'espérances successives par définition. Nous utilisons à nouveau la loi des grands nombres, donnant également une relation de convergence aux limites au sens presque-sûr. Cependant, son application directe est biaisée :

$$\lim_{N \rightarrow \infty} \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \left[\tilde{\mathbf{Y}}_i - \frac{1}{N} \sum_{k=1}^N \tilde{\mathbf{Y}}_k \right] \left[\tilde{\mathbf{Y}}_i - \frac{1}{N} \sum_{k=1}^N \tilde{\mathbf{Y}}_k \right]^T = \frac{N-1}{N} \mathbb{V}[\mathbf{Y}].$$

Afin d'obtenir un estimateur non-biaisé de la matrice de covariance, il suffira de multiplier par $\frac{N}{N-1}$ les deux termes de l'équation précédente. Cette correction mise en œuvre est dite de Bessel. Nous introduirons la fonction d'estimation de variance empirique non-biaisée suivante (Marti, 2008) :

$$\text{et } \text{empV}(\tilde{\mathbf{Y}}) := \frac{1}{N-1} \sum_{i=1}^N \left[\tilde{\mathbf{Y}}_i - \frac{1}{N} \sum_{k=1}^N \tilde{\mathbf{Y}}_k \right] \left[\tilde{\mathbf{Y}}_i - \frac{1}{N} \sum_{k=1}^N \tilde{\mathbf{Y}}_k \right]^T.$$

Quelques distributions utiles

Loi normale : Une variable aléatoire normale ou gaussienne est une variable qui suit une distribution (ou loi) du même nom :

$$X \sim \mathcal{N}(m, \sigma^2) \Leftrightarrow f_X(x) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} \exp\left(\frac{-(x-m)^2}{2\sigma^2}\right), \text{ avec } \sigma, m \in \mathbb{R}^+ \times \mathbb{R}.$$

3. Ce qui signifie que la probabilité que cette égalité se réalise tend vers 1 lorsque le nombre de points échantillonnés croît.

Le paramètre σ est l'**écart-type** de la distribution, défini ici par : $\sigma = \sqrt{\mathbb{V}(X)}$. Et m est l'espérance de la distribution, on dira que la loi normale est **centrée** si $m = 0$.

Pour un vecteur $\mathbf{X} \in \mathbb{R}^n$, la loi normale se généralise ainsi :

$$\mathbf{X} \sim \mathcal{N}(\mathbf{m}, \Sigma) \Leftrightarrow \mathbf{f}_{\mathbf{X}}(\mathbf{x}) = \frac{1}{(2\pi)^{\frac{n}{2}} |\Sigma|^{\frac{1}{2}}} \exp\left(\frac{1}{2} [(\mathbf{x} - \mathbf{m})\Sigma^{-1}(\mathbf{x} - \mathbf{m})^T]\right)$$

Lemme 2. Pour $X \sim \mathcal{N}(0, \sigma^2)$ la probabilité $p_{3\sigma}$ d'obtenir $|X| < 3\sigma$ est $p_{3\sigma} > 99.7\%$.

Démonstration. On remarque que $f_X(x)$ est une fonction paire par conséquent :

$$p_{3\sigma} = P(-3\sigma < X < 3\sigma) = 2P(0 < X < 3\sigma),$$

ce qui donne le résultat suivant :

$$\begin{aligned} p_{3\sigma} &= 2 \int_{x=0}^{3\sigma} f_X(x) dx = 2 \int_{x=0}^{3\sigma} \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} \exp\left(\frac{-x^2}{2\sigma^2}\right) dx = \frac{1}{2} \left[1 + \operatorname{erf}\left(\frac{x}{\sigma\sqrt{2}}\right) \right]_0^{3\sigma} \\ &= \operatorname{erf}\left(3/\sqrt{2}\right) \approx 0.9973. \end{aligned}$$

□

Loi uniforme : On notera cette loi comme suit :

$$X \sim \mathcal{U}(a, b) \Leftrightarrow f_X(x) = \begin{cases} \frac{1}{b-a} & \text{si } x \in [a, b], \\ 0, & \text{sinon;} \end{cases}, \text{ avec } a, b \in \mathbb{R}, a < b.$$

De plus, on remarquera que $\mathbb{E}[X] = \frac{a+b}{2}$ et $\mathbb{V}[X] = \frac{(b-a)^2}{12}$.

A.2 Terminologie et notations physiques propres au mémoire

A.2.1 Mesures et estimés

Une **mesure** d'une variable d'état y sera notée avec un tilde \tilde{y} , un **estimé** avec un chapeau \hat{y} .

A.2.2 Dates temporelles pour les communications UWB

Une date de transmission/réception du message doit contenir :

- le type de date qui sera R si la date est une date de réception et respectivement T si la date est une date de transmission ;
- la base temporelle \mathcal{B} dans laquelle elle s'exprime ;
- (si nécessaire) l'esclave destinataire A_i de l'échange initié par le maître $M = A_0$.
- le numéro m du message dans la transaction ;
- (si nécessaire) l'itération k .

Le formalisme sera donc le suivant :

$$R_{m,A_i}^{\mathcal{B}}(k) \text{ ou } T_{m,A_i}^{\mathcal{B}}(k).$$

Si de plus, on veut préciser la date qui règne dans \mathcal{B}' à la date de réception d'un message au sein de la base \mathcal{B} , on écrira :

$$t^{\mathcal{B}'}[R_{m,A_i}^{\mathcal{B}}(k)].$$

Un astérisque au début d'une date signifie qu'il s'agit d'une date transmise à l'agent la détenant et non mesurée par ce dernier :

$$*R_{m,A_i}^{\mathcal{B}}(k).$$

ANNEXE B Considérations pratiques sur le processus de synchronisation

B.1 Mesures d'*offset*

Afin de mesurer les décalages temporels, nous avons implémenté un algorithme suivant le protocole présenté à la section 3.2. Ainsi, on est en mesure de récupérer les temps T_1^M, R_1^S, T_2^M ainsi que R_2^M et ainsi estimer le décalage temporel.

B.1.1 Encodage des références temporelles

Nous avons choisi d'encoder les mesures prises par les registres d'horloges du module DW1000 sur 32 bits. Un coup d'horloge du module `dw1000` correspond à environ $l_{dw} = 15.65$ ps (Decawave, 2017a). Ainsi, les dates peuvent *a priori* être quantifiées sur un intervalle de durée :

$$A_\delta := 2^{32} \times 15.65 \times 10^{-12} \approx 67.09 \text{ ms.}$$

En pratique, les durées d'échanges de messages valent seulement quelques millisecondes au maximum (McElroy et al., 2014). La durée de l'intervalle de quantification est ici donc suffisante pour permettre de mesurer précisément le décalage temporel par soustraction des dates données le long de la transaction, comme indiqué à la relation (3.8).

B.1.2 Problème de réinitialisation des valeurs dû à l'encodage

L'usage des valeurs entières implique un phénomène de réinitialisation du registre (*wrapping*). Cette réinitialisation apparaît si le résultat que doit indiquer le registre se trouve au delà des bornes numérique que peut supporter ce dernier.

Nous pouvons illustrer ce problème de réinitialisation à la figure B.1. Le test présenté est un échange de paquets entre deux agents M (bleu) et S (rouge) à une fréquence de 1 Hz, on remarque que les valeurs encodées sur 32 bits représentant les temps de réception et d'émission ne peuvent excéder 2^{32} résultant en une réinitialisation fréquente du registre. Procéder à une soustraction directe en appliquant la relation (3.8) sans précautions provoque des discontinuités dans la mesure d'*offset*, que nous pouvons constater en pointillés sur le chronogramme B.1.

En analysant simplement cette erreur de mesure, on en vient à considérer trois cas dépendant de l'état de chacune des horloges :

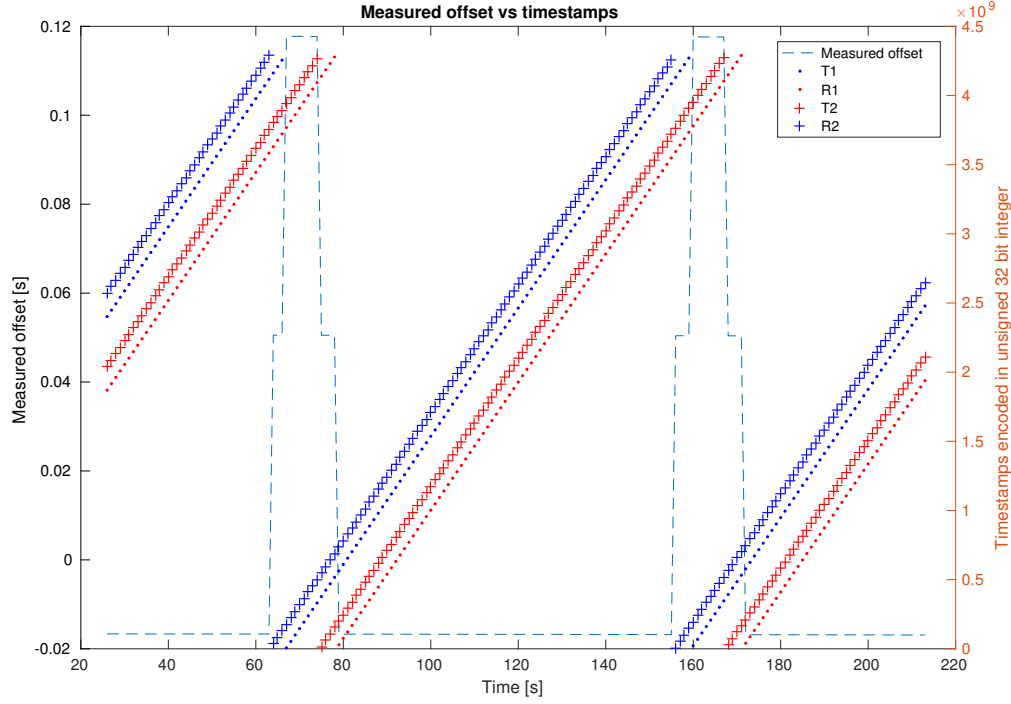


Figure B.1 Illustration du problème de réinitialisation du registre des horloges.

1. Les deux horloges ont leurs registres respectifs qui n'ont pas encore été réinitialisés. Dans ce cas, l'offset ne présentera aucune discontinuité.
2. Un registre d'horloge s'est réinitialisé en cours de la transaction courante (paliers centraux en pointillés sur la figure B.1).
3. Un registre d'horloge s'est réinitialisé mais l'autre non (paliers de valeurs maximales).

L'horloge de l'agent $A \in \{M, S\}$ voit son temps t^A quantifié en coups d'horloge n^A sur 32 bits ainsi :

$$n^A = \mathcal{E} \left[\frac{t^A}{l_{dw}} \right] [2^{32}]$$

avec \mathcal{E} fonction partie entière. Si on introduit la notation $n^A = N(t^A)$ pour toute date mesuré par l'agent A, on peut donner l'expression de la relation (3.8) en prenant en compte le phénomène de réinitialisation. Ceci conduit à la relation suivante :

$$N(\tilde{\delta}) = \frac{N(R_1^S) - N(T_1^M) - [N(R_2^M) - N(T_2^S)]}{2} [2^{32}] \quad (\text{B.1})$$

Cette quantité est donc exprimée modulo 2^{31} . Pour régulariser notre mesure de décalage

temporel, il suffit d'appliquer l'opérateur $[2^{31}]$ B.2 sur le résultat donné par la relation (B.1) afin de régulariser les discontinuités. Ceci nous donne un intervalle de mesure de l'offset valant $A_\delta/2 = 2^{31}l_{dw} \approx 33.54$ ms, ce qui demeure suffisant pour nos applications : la somme des temps de transaction et de vol des paquets étant de l'ordre de la milliseconde. L'application de cette mesure de correction est visible à la figure B.2 pour le jeu de données présenté à la figure B.1.

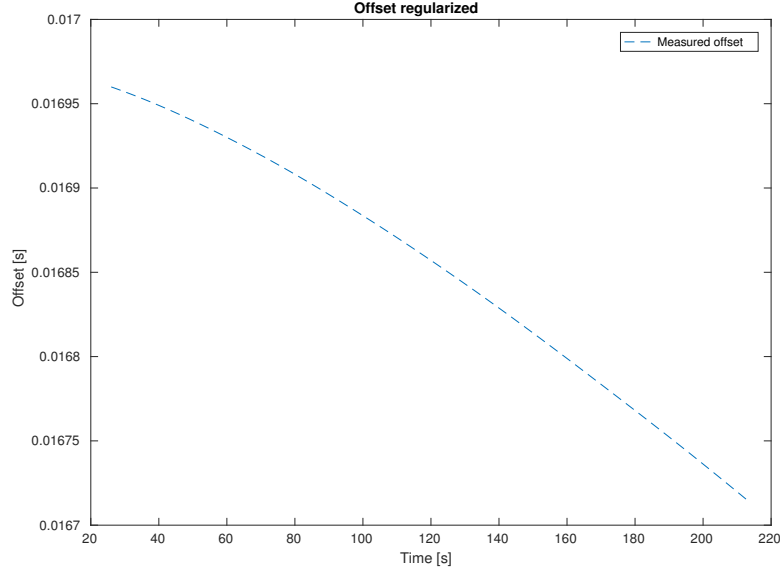


Figure B.2 Application de $[A_\delta/2]$ aux valeurs mesurées.

B.2 Précaution pour rendre l'estimateur de Kalman robuste à la réinitialisation de la valeur de la mesure de décalage temporel

Ici on évoque phénomène de réinitialisation de la valeur stockée sous 32 bits présentée dans l'équation B.1 et non pas des registres d'horloges en soi. Lorsqu'on évoquera le présent terme dans les sections suivantes, nous sous-entendrons cette signification.

L'**innovation** du filtre de Kalman pour la synchronisation (Algorithme 1) est exprimée ainsi :

$$\mathbf{r}(k) = \begin{bmatrix} \tilde{\delta}(k) \\ \tilde{\gamma}(k) \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} \hat{\delta}(k|k-1) \\ \hat{\gamma}(k|k-1) \end{bmatrix}$$

Pour éviter le phénomène de réinitialisation de la valeur 32-bits contenant la valeur du décalage temporel, on effectue une comparaison sur la première composante de l'innovation. Nous

avons donc :

$$\hat{\mathbf{d}}(k) = \begin{cases} \begin{bmatrix} \hat{\delta}(k|k-1) + \text{sign}(r_1(k))A_\delta \\ \hat{\gamma}(k|k-1) \end{bmatrix} & \text{si } |r_1(k)| > 0.95A_\delta/2 \\ \hat{\mathbf{d}}(k) \text{ inchangé sinon.} \end{cases}$$

On compense le décalage temporel dans le sens de la réinitialisation, ce qui explique le test sur le signe de l'innovation. Ensuite, on ne peut estimer correctement le décalage fréquentiel (la mesure étant potentiellement corrompue) donc on garde nos prévisions précédentes.

B.3 Durée des échanges UWB

Le temps λ_1^S (voir 3.2.1) est indépendant de la fréquence à laquelle les échanges de synchronisation sont effectués. Cependant, on a besoin de connaître sa valeur afin de simuler la dégradation de la synchronisation. Nous avons vu en 3.3.2 que nous procédons à une interpolation linéaire pour estimer le *drift* en $T_2^S - \frac{\lambda_1^S}{2}$: cette durée est donc cruciale pour la précision de notre synchronisation comme souligné en 3.2.2.

On rappelle que la mesure de λ_1^S s'obtient en faisant l'opération suivante :

$$\lambda_1^S = \tilde{R}_1^S - \tilde{T}_2^S.$$

Sur une acquisition de 120384 échanges de synchronisation pris sur six couples maître/esclaves différents, nous avons mesuré cette durée et obtenu la distribution statistique présentée en figure B.3.

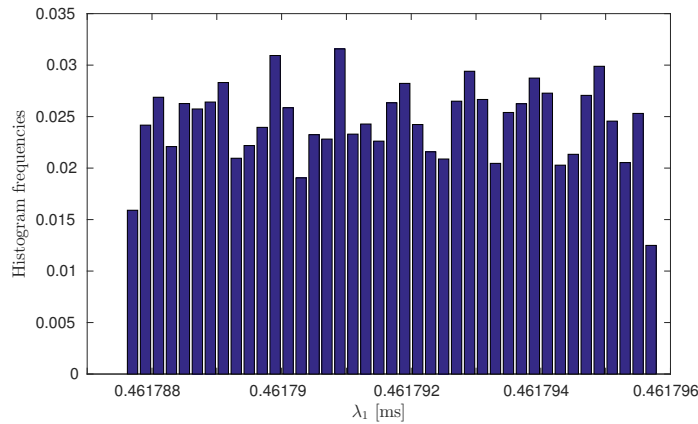


Figure B.3 Histogramme expérimental illustrant la distribution mesurée de λ_1^S .

La moyenne empirique de cet échantillon est de $\mu(\lambda_1^S) \approx 0.4618$ ms et son écart-type est de $\sigma(\lambda_1^S) \approx 2.396$ μs . Au vu de la valeur du rapport, $\frac{\sigma(\lambda_1)}{\mu(\lambda_1^S)} \approx 5.10^{-3}$, appelé **coefficient de variation**, on pourra considérer λ_1^S comme étant constante et fixer $\lambda_1^S := \mu(\lambda_1^S) = 0.4618$ ms.

ANNEXE C Implémentation d'un modèle générique sur un robot de type rover

La présente annexe traite de l'implémentation de notre protocole sur des cartes de développement UWB spécialisées et conçues au laboratoire de robotique mobile de l'École Polytechnique de Montréal (MRASL, [site internet](#)). Ces essais diffèrent de ceux présentés au chapitre 4 car ils sont menés en temps réel et qu'ils n'utilisent que les ressources des cartes de développement. Les essais ont été effectués dans le même laboratoire sur un robot de type rover à quatre roues, qui est populaire dans le monde académique en robotique. Un article de conférence ayant pour objet les tests présentés dans cet annexe fut soumis en septembre 2018, puis accepté en janvier 2019. Le travail décrit dans cette section sera présenté à l'ICRA (*International Conference on Robotics and Automation*) qui aura lieu en mai 2019 à Montréal. Ce dernier résume également une grande partie du travail discuté au sein du présent mémoire.

C.1 Matériel utilisé

Le robot véhiculant le tag est un robot Husky© de la marque Clearpath© (Clearpath Robotics, 2018), de type rover à quatre roues à montage différentiel. Afin de mener à bien



Figure C.1 Robot Husky© et carte UWB utilisée.

nos tests, nous avons équipé notre robot d'un tag UWB, ce qui est visible à la figure C.1. Nous avons déployé un réseau \mathcal{S} de six balises sur des pylônes afin d'éviter les artefacts de réflexion multiples et le problème de NLOS. L'aire de test est équipée de douze caméras infrarouge

à haute précision formant un système de positionnement optique de référence de marque **Vicon** qui nous servira à établir les performances de nos algorithmes de positionnement. Le matériel, ainsi que l'aire de test sont visibles à la figure C.2.

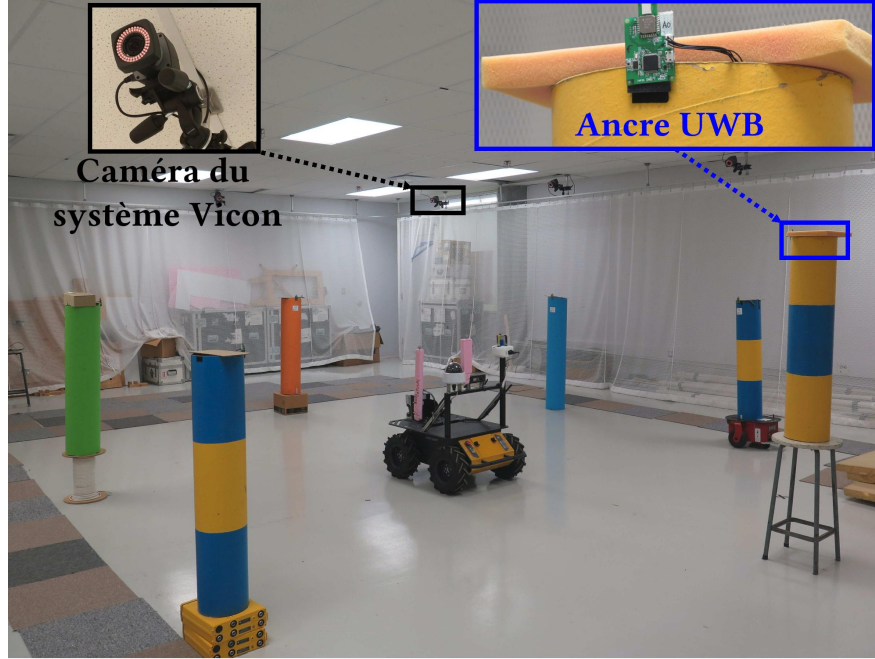


Figure C.2 Le réseau \mathcal{S} et la zone de test.

C.2 Implémentation et protocole expérimental

Le modèle supposé pour la cinématique du tag et l'algorithme d'estimation implémenté en son sein est identique à celui utilisé en 4.5.2. Le système fournit uniquement des mesures de pseudo-range entre un réseau synchrone \mathcal{S} et le tag E décrites en 4.2. Le réseau est synchronisé quant à lui par l'algorithme défini en 3.3.1 employé avec les gains du tableau C.1. Le modèle d'état utilisé dans le tag est le modèle à vitesse constante décrit en (4.8).

Tableau C.1 Paramètres pour la synchronisation du réseau S.

| $\sigma_{\delta\delta}$ | $\sigma_{\delta m}$ | $\sigma_{\gamma\gamma}$ | $\sigma_{\gamma m}$ |
|-------------------------|------------------------|-------------------------|-----------------------|
| 2.0×10^{-5} | 1.58×10^{-10} | 2.53×10^{-8} | 1.69×10^{-7} |

L'implémentation du filtre de Kalman étendus, à vitesse constante fut réalisée au sein même de la carte UWB décrite en 3.6.2. Ce projet a requis le développement de bibliothèque en langage **C** afin de procéder aux calculs en temps réels au sein même de la carte. Chaque pseudo-rayon complet reçu par notre tag provoque une itération de notre filtre de Kalman

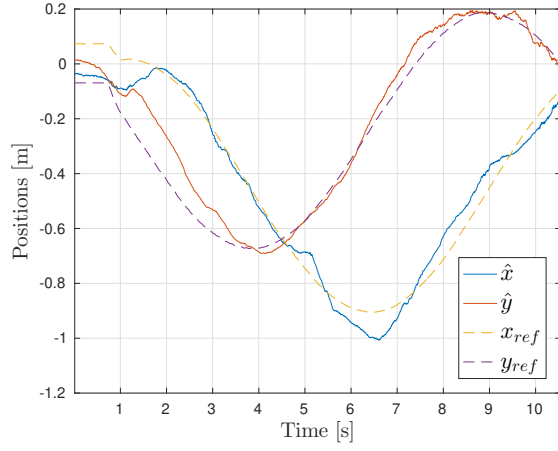
étendu. Les estimés ainsi calculés sont conservés dans la mémoire vive du tag afin de pouvoir comparer les résultats avec les estimations du système de positionnement optique de référence.

Une fois la mémoire vive remplie, un script développé en langage `python` procède à la lecture de ces estimés stockés pour ensuite procéder à l'interprétation des données. Ces données sont prises lorsque le robot est en train de décrire des trajectoires simples afin d'effectuer un test démonstratif de notre système de positionnement en temps réel.

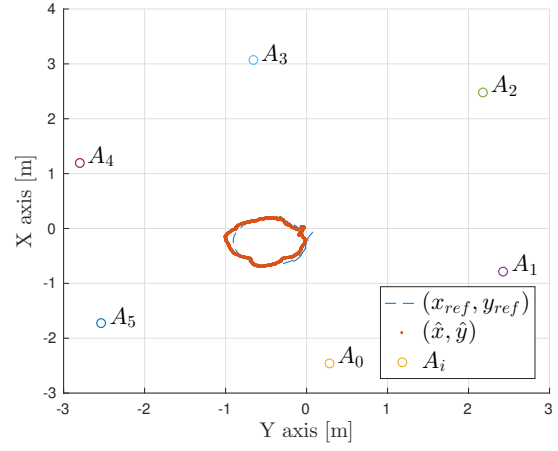
C.3 Trajectoire circulaire

Le test présenté ici est obtenu en plaçant un tag sur le mat du robot qui décrit une trajectoire circulaire. Les résultats obtenus lors de ce test sont visibles à la figure C.3. Nous pouvons y remarquer la trajectoire empruntée par le robot dans le plan d'opération \mathcal{O} ainsi que la position des six ancrs, formant un hexagone autour de la zone, ce qui est une topologie qui vise à minimiser les effets de la HDOP dans \mathcal{O} . Nous remarquons également le graphique d'erreurs en termes de vitesse. Ici, contrairement aux résultats obtenus à la section 4.5, le robot effectue une manœuvre giratoire ayant une accélération moins brutale que celle de l'Irobot : l'estimateur à vitesse constante se révèle plus efficace. Par conséquent, on remarque, sur le chronogramme C.3a, que les positions estimées \hat{x} et \hat{y} suivent globalement bien le profil entrepris par les positions réelles. Le temps moyen entre deux estimés est d'environ 5 ms ce qui nous fait une estimation rafraîchie tous les 200 Hz.

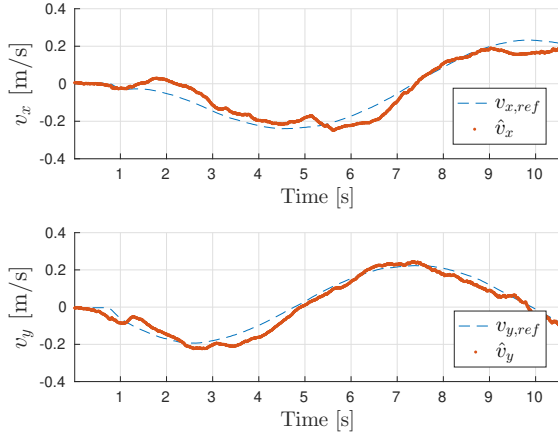
En ce qui concerne les erreurs d'estimation obtenues, on se rend compte que l'erreur est proche de dix centimètres, ce qui est une performance escomptée pour des estimateurs actifs dans des conditions de champ libre et en l'absence de réflexions multiples. Nous sommes ici dans ce cas, ayant surélevé les balises de positionnement : les ancrs sont placées sur des pylônes et tag est placé sur un mât surplombant le robot.



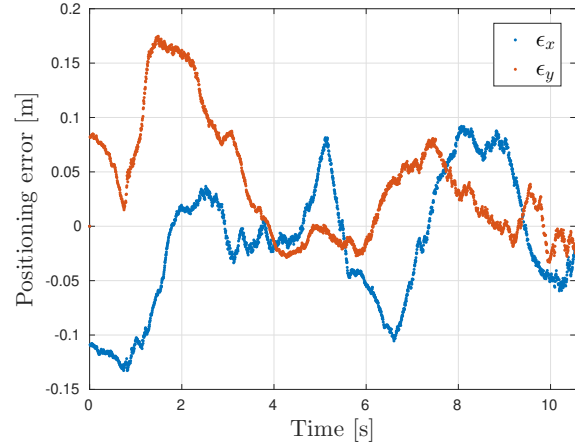
(a) Chronogramme des positions estimées et réelles.



(b) Trajectoire dans le plan \mathcal{O} et réseau \mathcal{S} .



(c) Vitesses estimées et réelles.



(d) Erreurs d'estimation sur la position.

Figure C.3 Résultats du test pour un tag.

C.4 Test à deux balises passives

Nous avons voulu mettre en exergue le caractère passif de nos ancres au sein d'un test impliquant deux tags indépendants embarqués dans le robot. Nous avons fait décrire au robot

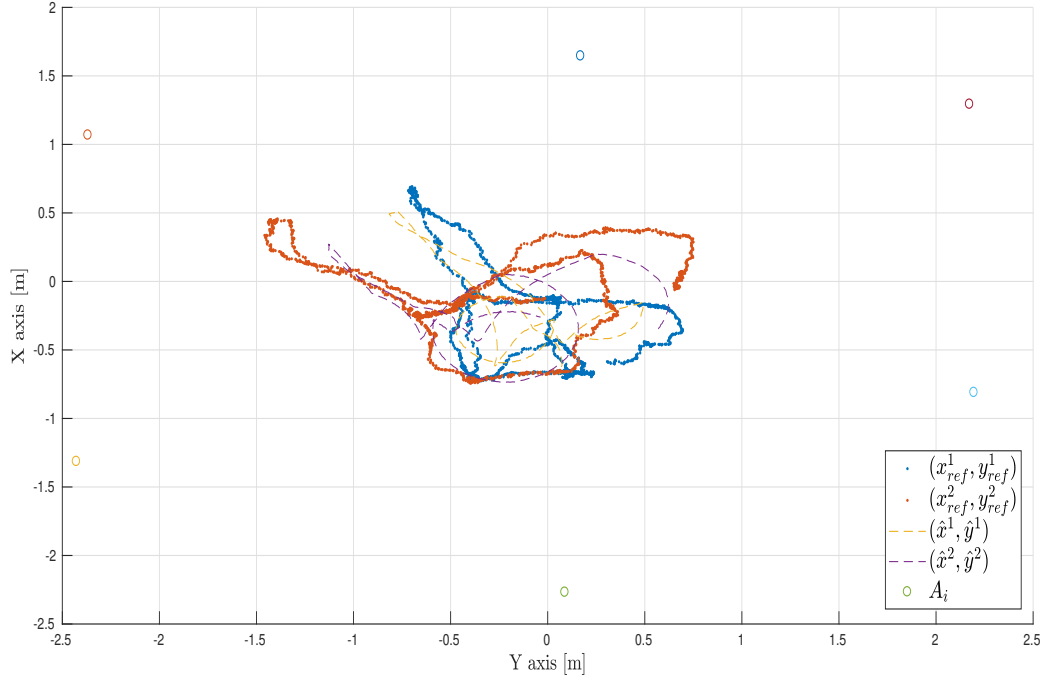
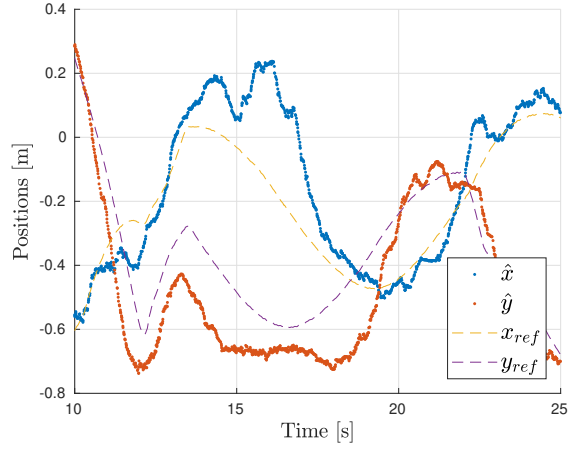


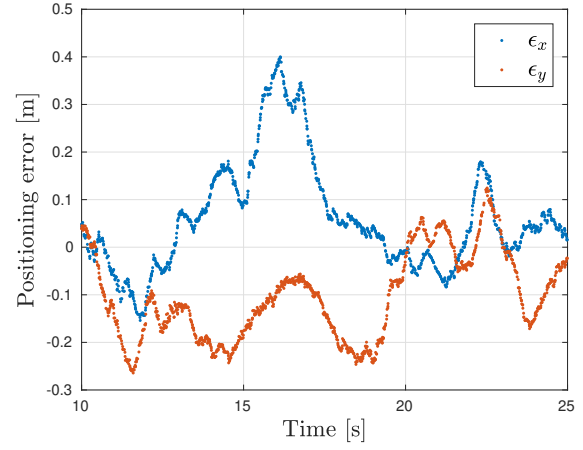
Figure C.4 Trajectoires estimées et réelles pour les deux ancres.

une trajectoire plus complexe observable à la figure C.4. Les tags étaient placés sur deux mâts de hauteur similaire de manière à ce qu'ils ne soient pas en ligne de vue directe en tout temps. La raison de ce choix était de montrer les travaux à réaliser dans des trajectoires présentant des configurations occultées, qui font nécessairement chuter la précision du dispositif en provoquant des *outliers*. Ce test a été mené avant ceux présentés à la section 4.5. Il est visible dans une courte vidéo-compagnon de l'article ayant été soumis à propos des présents travaux.

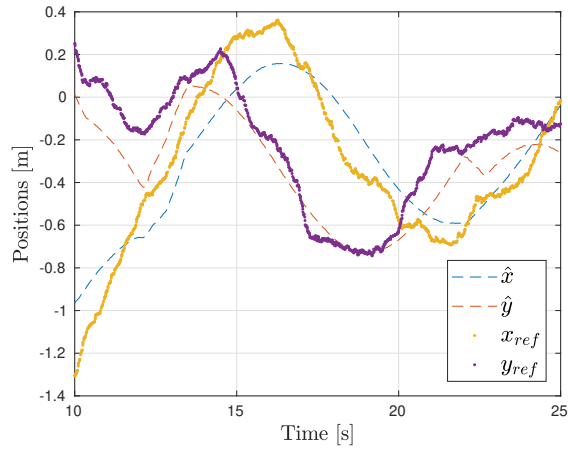
Comme on peut le remarquer à la figure C.5, on note des pics d'erreurs d'estimation sporadiques durant la trajectoire. Ce qui est nouveau par rapport aux résultats du test présenté à la figure C.3 : ceci montre que l'adjonction du second mât a perturbé la réception des signaux au sein des tags, qui sont passifs. La constatation faite ici rejoint celle faite au test en NLOS effectué à la section 4.5. Des écarts sporadiques dus à nos mesures erratiques surviennent : nous pouvons utiliser des capteurs internes au robot en vue de les lisser et rejeter les mesures



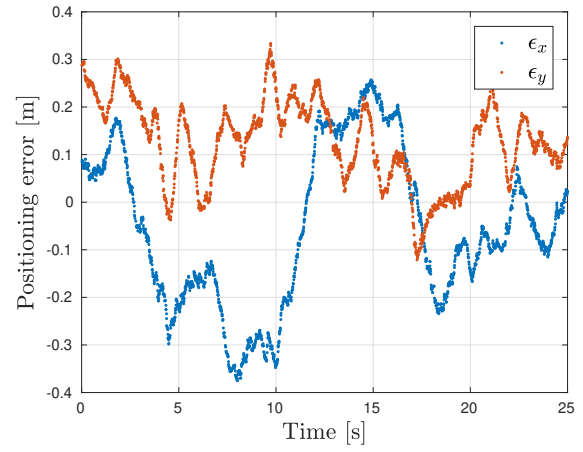
(a) Positions estimées et réelles du tag 1.



(b) Erreurs d'estimation sur la position du tag 1.



(c) Positions estimées et réelles du tag 2.



(d) Erreurs d'estimation sur la position du tag 2.

Figure C.5 Résultats du test pour deux tags.

dégradées en détectant les réflexions multiples ou les occultations *a priori*.